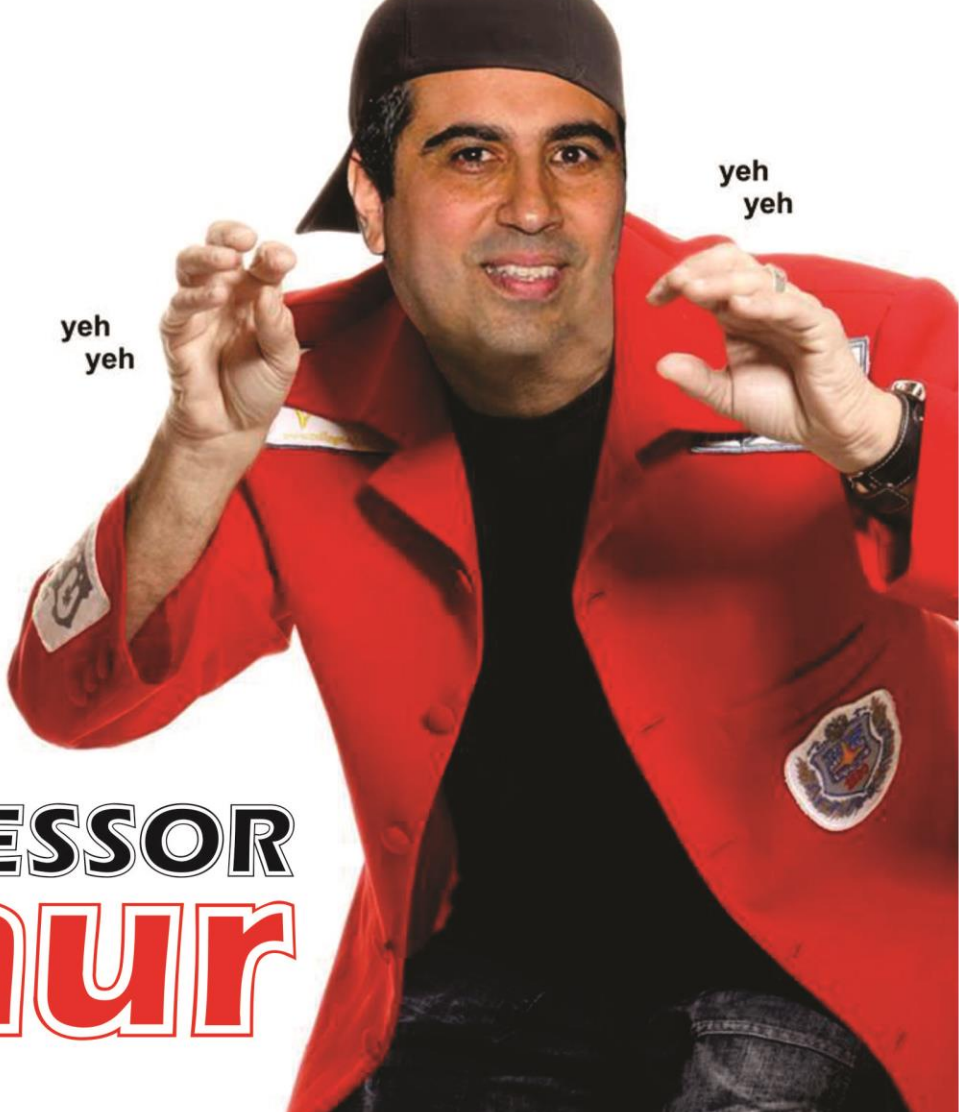
Raciocínio Lógico Matemático

Curso Completo
Preparatório para Concursos



PROFESSOR
Jamur

www.professorjamur.com.br

ANÁLISE COMBINATÓRIA

Foi a necessidade de calcular o número de possibilidades existentes nos chamados jogos de azar que levou ao desenvolvimento da Análise Combinatória, parte da Matemática que estuda os métodos de contagem. Esses estudos foram iniciados já no século XVI, pelo matemático italiano Niccollo Fontana (1500-1557), conhecido como Tartaglia. Depois vieram os franceses Pierre de Fermat (1601-1665) e Blaise Pascal (1623-1662).

A Análise Combinatória visa desenvolver métodos que permitam contar - de uma forma indireta - o número de elementos de um conjunto, estando esses elementos agrupados sob certas condições.

1 - Fatorial

Seja n um número inteiro não negativo. Definimos o fatorial de n (indicado pelo símbolo n!) como sendo:

n! = n .(n-1) . (n-2) . ... .4.3.2.1 para $n \geq 2$.

Para n = 0 , teremos : 0! = 1.
Para n = 1 , teremos : 1! = 1

Exemplos:

a) 6! = 6.5.4.3.2.1 = 720
b) 4! = 4.3.2.1 = 24
c) observe que 6! = 6.5.4!
d) 10! = 10.9.8.7.6.5.4.3.2.1
e) 10! = 10.9.8.7.6.5!
f) 10! = 10.9.8!

2 - Princípio fundamental da contagem - PFC

Se determinado acontecimento ocorre em n etapas diferentes, e se a primeira etapa pode ocorrer de k_1 maneiras diferentes, a segunda de k_2 maneiras diferentes, e assim sucessivamente, **então** o número total T de maneiras de ocorrer o acontecimento é dado por:

$T = k_1 . k_2 . k_3 . \ldots . k_n$

Exemplo:

O DETRAN decidiu que as placas dos veículos do Brasil serão codificadas usando-se 3 letras do alfabeto e 4 algarismos. Qual o número máximo de veículos que poderá ser licenciado?

Solução:

Usando o raciocínio anterior, imaginemos uma placa genérica do tipo PWR-USTZ. Como o alfabeto possui 26 letras e nosso sistema numérico possui 10 algarismos (de 0 a 9), podemos concluir que: para a 1ª posição, temos 26 alternativas, e como pode haver repetição, para a 2ª, e 3ª também teremos 26 alternativas. Com relação aos algarismos, concluímos facilmente que temos 10 alternativas para cada um dos 4 lugares. Podemos então afirmar que o número total de veículos que podem ser licenciados será igual a: 26.26.26.10.10.10.10 que resulta em 175.760.000. Observe que se no país existissem 175.760.001 veículos, o sistema de códigos de emplacamento teria que ser modificado, já que não existiriam números suficientes para codificar todos os veículos. Perceberam?

3 - Permutações simples

3.1 - Permutações simples de n elementos distintos são os agrupamentos formados com todos os n elementos e que diferem uns dos outros pela ordem de seus elementos.

Exemplo: com os elementos A,B,C são possíveis as seguintes permutações: ABC, ACB, BAC, BCA, CAB e CBA.

3.2 - O número total de permutações simples de n elementos distintos é dado por n!, isto é
$P_n = n!$ onde $n! = n(n-1)(n-2)... .1$.

Exemplos:

a) $P_6 = 6! = 6.5.4.3.2.1 = 720$
b) Calcule o número de formas distintas de 5 pessoas ocuparem os lugares de um banco retangular de cinco lugares.
$P_5 = 5! = 5.4.3.2.1 = 120$

3.3 - Denomina-se ANAGRAMA o agrupamento formado pelas letras de uma palavra, que podem ter ou não significado na linguagem comum.

Exemplo:

Os possíveis anagramas da palavra REI são:
REI, RIE, ERI, EIR, IRE e IER.

4 - Permutações com elementos repetidos

Se entre os n elementos de um conjunto, existem a elementos repetidos, b elementos repetidos, c elementos repetidos e assim sucessivamente , o número total de permutações que podemos formar é dado por:

$$P_n^{(a,b,c,...)} = \frac{n!}{a!b!c!...}$$

Exemplo:
Determine o número de anagramas da palavra MATEMÁTICA.(não considere o acento)

Solução:
Temos 10 elementos, com repetição. Observe que a letra M está repetida duas vezes, a letra A três, a letra T, duas vezes. Na fórmula anterior, teremos: n=10, a=2, b=3 e c=2. Sendo k o número procurado, podemos escrever:

k= 10! / (2!.3!.2!) = 151200
Resposta: 151200 anagramas.

5 - Arranjos simples

5.1 - Dado um conjunto com n elementos, chama-se arranjo simples de taxa k , a todo agrupamento de k elementos distintos dispostos numa certa ordem. Dois arranjos diferem entre si, pela ordem de colocação dos elementos. Assim, no conjunto E = {a,b,c}, teremos:

a) arranjos de taxa 2: ab, ac, bc, ba, ca, cb.

b) arranjos de taxa 3: abc, acb, bac, bca, cab, cba.

5.2 - Representando o número total de arranjos de n elementos tomados k a k (taxa k) por $A_{n,k}$, teremos a seguinte fórmula:

$$A_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Obs : é fácil perceber que $A_{n,n} = n! = P_n$. (Verifique)

Exemplo:

Um cofre possui um disco marcado com os dígitos 0,1,2,...,9. O segredo do cofre é marcado por uma sequência de 3 dígitos distintos. Se uma pessoa tentar abrir o cofre, quantas tentativas deverá fazer(no máximo) para conseguir abri-lo?

Solução:

As sequências serão do tipo xyz. Para a primeira posição teremos 10 alternativas, para a segunda, 9 e para a terceira, 8. Podemos aplicar a fórmula de arranjos, mas pelo princípio fundamental de contagem, chegaremos ao mesmo resultado:

10.9.8 = 720.

Observe que 720 = $A_{10,3}$

6 - Combinações simples

6.1 - Denominamos combinações simples de n elementos distintos tomados k a k (taxa k) aos subconjuntos formados por k elementos distintos escolhidos entre os n elementos dados. Observe que duas combinações são diferentes quando possuem elementos distintos, não importando a ordem em que os elementos são colocados.

Exemplo:

No conjunto E= {a,b.c,d} podemos considerar:

a) combinações de taxa 2: ab, ac, ad,bc,bd, cd.

b) combinações de taxa 3: abc, abd,acd,bcd.

c) combinações de taxa 4: abcd.

6.2 - Representando por $C_{n,k}$ o número total de combinações de n elementos tomados k a k (taxa k), temos a seguinte fórmula:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Exemplo:

Uma prova consta de 15 questões das quais o aluno deve resolver 10. De quantas formas ele poderá escolher as 10 questões?

Solução:

Observe que a ordem das questões não muda o teste. Logo, podemos concluir que trata-se de um problema de combinação de 15 elementos com taxa 10.

Aplicando simplesmente a fórmula chegaremos a:

$C_{15,10}$ = 15! / [(15-10)! . 10!] = 15! / (5! . 10!) = 15.14.13.12.11.10! / 5.4.3.2.1.10! = 3003

QUESTÕES DE CONCURSOS – ANÁLISE COMBINATÓRIA

1. De quantas maneiras distintas seis caixas de cores diferentes podem ser empilhadas?
   a) 36
   b) 72
   c) 360
   d) 540
   e) 720

2. Quantos anagramas são formados com a palavra BRIGADA?
   a) 5040
   b) 2520
   c) 1260
   d) 630
   e) 42

3. Quantos números de três algarismos diferentes podem ser formados, utilizando os algarismos de 1 a 9?
   a) 729
   b) 576
   c) 504
   d) 999
   e) 441

4. De uma lista de 4 alunos, temos de escolher um representante de turma e um vice-representante. De quantas maneiras diferentes podemos fazer essas escolhas?
   a) 24
   b) 18
   c) 12
   d) 8
   e) 4

5. De uma lista de 12 gerentes, o diretor de uma empresa tem de escolher um gerente para visitar uma unidade dos EUA e mais um para visitar a unidade da Argentina. De quantas maneiras diferentes podem ser feitas as escolhas?
   a) 856
   b) 750
   c) 212
   d) 132
   e) 66

6. Uma empresa dispõe de 12 seguranças, dentre eles, João e José. Os seguranças trabalham diariamente, em três turnos, quatro em cada turno. João avisou que irá ao médico na próxima 2ª feira pela manhã, portanto não poderá trabalhar no 1º turno. Sabendo-se que José já foi escalado para trabalhar no 1º turno da próxima 2ª feira, de quantos modos distintos os demais integrantes desse turno poderão ser escolhidos?
   a) 120
   b) 165
   c) 210
   d) 220
   e) 330

7. Um departamento de uma empresa tem 10 funcionários, sendo 6 homens e 4 mulheres. Quantos grupos de trabalho diferentes podem ser formados, contendo 4 homens e 2 mulheres?
   a) 45
   b) 90
   c) 30
   d) 60
   e) 115

QUESTÕES DE CONCURSOS – ANÁLISE COMBINATÓRIA – PARTE II

1. Em um refeitório há doces e salgados. Cada pessoa receberá um recipiente com 3 doces, dos 8 tipos disponíveis e apenas 2 salgados, dos 7 tipos fabricados. Quantas são as diferentes possibilidades de preenchimento do recipiente?

b) 56
c) 224
d) 336
e) 1176
f) 2244

2. Grêmio (RS), Flamengo (RJ), Internacional (RS) e São Paulo (SP) disputam um campeonato. Levando-se em conta apenas a unidade da federação de cada um dos clubes, de quantas maneiras diferentes pode terminar o campeonato?

a) 12
b) 24
c) 224
d) 248
e) 120

3. Quantos números com cinco algarismos podemos construir com os números ímpares 1,3,5,7,9, desde que estejam sempre juntos os algarismos 1 e 3.

a) 24

b) 48
c) 96
d) 120
e) 240

4. Quantos são os anagramas possíveis com as letras: ABCDEFGHI, começando por ABC?

a) 120
b) 720
c) 1440
d) 10250
e) 12025

5. Há 10 pessoas em um local, sendo 3 com camisas verdes, 3 com camisas amarelas, 2 com camisas azuis e 2 com camisas brancas. De quantos modos podemos perfilar todas essas 10 pessoas de modo que os grupos com as camisas de mesma cor fiquem juntos?

a) 24
b) 48
c) 1224
d) 3456
e) 4200

6. Quantos são os anagramas possíveis com as letras da palavra: ARARA?

a) 6
b) 10
c) 20
d) 60
e) 120

7. Quantos são os anagramas possíveis para a palavra: ULYSSES começando por U?

a) 6
b) 10
c) 20
d) 60
e) 120

8. Qual é o número possível de anagramas que se pode montar com as letras da palavra ARARUNA?

a) 120
b) 240
c) 420
d) 840
e) 1680

9. Quantos grupos de 3 pessoas podem ser montados com 8 pessoas?

a) 56
b) 112
c) 336
d) 420
e) 444

10. Quantas combinações com 4 elementos podem ser montadas com as 10 primeiras letras do alfabeto, de tal forma que sempre comecem pela letra A?

a) 24
b) 48
c) 50
d) 84
e) 504

11. Para resolver um assunto entre 6 professores e 4 alunos, devemos formar comissões com 3 professores e 2 alunos. Quantas são as possibilidades?

a) 24
b) 180
c) 516
d) 1240
e) 5420

12. Doze times se inscreveram em um torneio de futebol amador. O jogo de abertura do torneio foi escolhido da seguinte forma: primeiro foram sorteados 4 times para compor o Grupo A. Em seguida, entre os times do Grupo A, foram sorteados 2 times para realizar o jogo de abertura do torneio, sendo que o primeiro deles jogaria em seu próprio campo, e o segundo seria o time visitante.

A quantidade total de escolhas possíveis para o Grupo A e a quantidade total de escolhas dos times do jogo de abertura podem ser calculadas através de

a) uma combinação e um arranjo, respectivamente.
b) um arranjo e uma combinação, respectivamente.
c) um arranjo e uma permutação, respectivamente.
d) duas combinações.
e) dois arranjos.

13. O número de anagramas da palavra CONJUNTO que começam por C e terminam por T é:
a) 15
b) 30
c) 180
d) 360
e) 720

14. Uma prova de matemática consta 8 questões das quais o aluno deve escolher 6. De quantas formas ele poderá escolher as 6 questões?
a) 8
b) 56
c) 336
d) 1680
e) 28

15. O número de anagramas da palavra MELHOR, que começam e terminam por vogal, é definido por:

a) P_6
b) P_5
c) 4!

d) $2P_6$
e) $2P_4$

16. Qual é o número de maneiras distintas possíveis que dois alunos terão para escolher duas das cinquenta cadeiras de uma sala de aula?
a) 100
b) 242
c) 850
d) 2450
e) 2540

17. Quantos números de três algarismos, sem repetição, podemos formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, incluindo sempre o algarismo 4?

a) 56
b) 168
c) 200
d) 420
e) 424

18. Uma palavra tem 7 letras sendo que uma delas aparece *n* vezes e as outras comparecem sem repetição. Sabendo que o número de anagramas que se obtém permutando as letras desta palavra é 210, calcule *n*.

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

19. Entre os 20 professores de uma escola, devem ser escolhidos três para os cargos de diretor, vice diretor e orientador pedagógico. De quantas maneiras a escolha pode ser feita?

a) 6
b) 17
c) 500
d) 2280
e) 6840

20. Qual o número de anagramas da palavra CARMO onde as letras C e A aparecem juntas?
a) 24
b) 48
c) 96
d) 120
e) 144

21. Quantos números de 4 algarismos podem ser feitos com os dígitos de 1 a 7?
a) 24
b) 120
c) 840
d) 960
e) 1024

22. Com 8 professores, de quantos modos diferentes podemos formar uma banca com 3 membros em que figure sempre um determinado professor?
a) 21
b) 336
c) 56
d) 120
e) 22

23. Com algarismos 4, 5, 6 e 7 quantos números de três algarismos distintos podemos formar que sejam múltiplos de 5 e sem repetir os algarismos?
a) 6
b) 12
c) 24
d) 48
e) 96

24. Em um hospital existem 8 médicos e 6 enfermeiros. Quantas equipes diferentes de 2 médicos e 3 enfermeiros podem ser formadas para cobrir um certo plantão?
a) 13
b) 14
c) 122
d) 560
e) 1120

25. Quantos anagramas tem a palavra BRASIL, de modo que as letras R e A estejam sempre juntas e nesta ordem?
a) 60
b) 120
c) 240
d) 256
e) 284

26. De quantas formas podemos permutar as letras da palavra ELOGIAR de modo que as letras A e R fiquem juntas em qualquer ordem?
a) 360
b) 720
c) 1080
d) 1440
e) 1800

27. Quantos anagramas podemos formar com a palavra CONCURSO?
a) 560
b) 1080
c) 1280
d) 10080
e) 20160

RACIOCÍNIO LÓGICO

VAMOS BRINCAR DE RACIOCINAR:

1. (FCC) Um torneio de tênis é disputado em um clube por quatro jogadores. Cinco torcedores são entrevistados para darem seus palpites sobre os dois prováveis finalistas:

Torcedor	Palpite
1.º	Carlos e Davi
2.º	Carlos e Antônio
3.º	Antônio e Davi
4.º	Beto e Antônio
5.º	Davi e Beto

No final do torneio, verificou-se que um dos torcedores acertou os dois finalistas e cada um dos demais acertou somente um dos finalistas. Então, o torcedor que acertou os dois finalistas foi o:

a) 1.º.

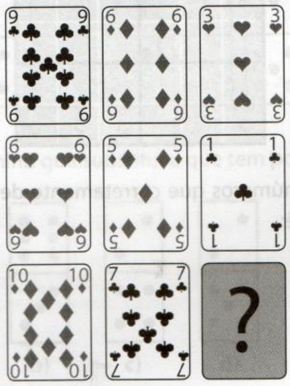
b) 2.º.

c) 3.º.

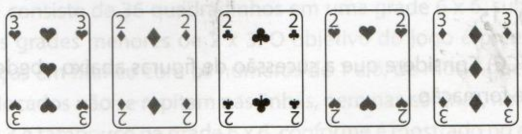
d) 4.º.

e) 5.º.

4. FCC) Observe atentamente a disposição das cartas em cada linha do esquema seguinte.



A carta que está oculta é:



a) b) c) d) e)

2. (ESAF) Ana guarda suas blusas em uma única gaveta em seu quarto. Nela se encontram sete blusas azuis, nove amarelas, uma preta, três verdes e três vermelhas. Uma noite, no escuro, Ana abre a gaveta e pega algumas blusas. O número mínimo de blusas que Ana deve pegar para ter certeza de ter pegado ao menos duas blusas da mesma cor é:

a) 6.

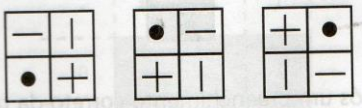
b) 4.

c) 2.

d) 8.

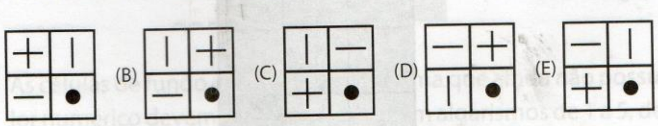
e) 10.

5. (FCC) Considere a sequência das figuras abaixo.



1.ª figura 2.ª figura 3.ª figura

Mantendo-se esse comportamento, a quarta figura será:



(A) (B) (C) (D) (E)

3. (Funrio) O baterista, o guitarrista e o vocalista de uma banda musical são engenheiros civil, eletrônico e mecânico, não necessariamente nessa ordem. Sabendo que Antônio, João e Pedro são os nomes dos integrantes da banda, que Antônio é engenheiro civil e não toca instrumentos musicais, que o engenheiro eletrônico é o guitarrista da banda e que João não é baterista, analise as seguintes proposições e assinale a alternativa correta.

I. João é engenheiro eletrônico e guitarrista da banda.

II. Pedro é baterista da banda.

III. Antônio é vocalista da banda.

IV. Pedro é engenheiro eletrônico.

a) Apenas a proposição I é verdadeira.

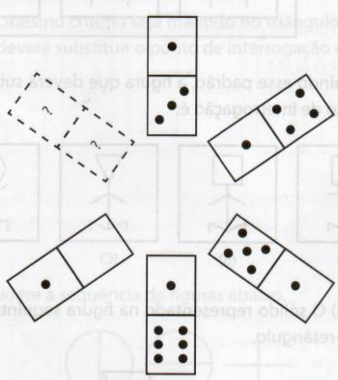
b) As proposições I, II e III são verdadeiras.

c) Apenas a proposição II é verdadeira.

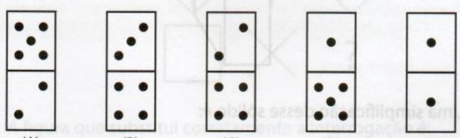
d) Apenas a proposição III é verdadeira.

e) As proposições II e IV são falsas.

6. FCC) As pedras de dominó mostradas abaixo foram dispostas sucessivamente e no sentido horário, de modo que os pontos marcados obedeçam a um determinado critério.



Com base nesse critério, a pedra de dominó que completa corretamente a sucessão é:



(A) (B) (C) (D) (E)

7. (FCC) Assinale a alternativa que substitui corretamente a interrogação na seguinte sequência numérica:

8 12 24 60 ?

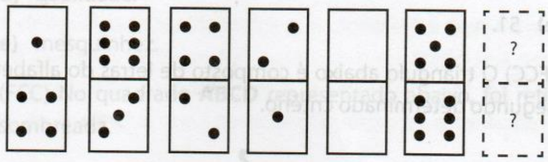
a) 56.
b) 68.
c) 91.
d) 134.
e) 168.

8. (FCC) Assinale a alternativa que completa a série seguinte:

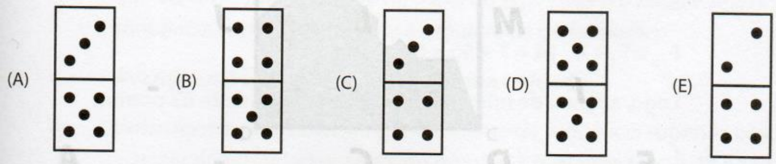
J J A S O N D ?

a) J.
b) L.
c) M.
d) N.
e) O.

9. (FCC) Para formar a seguinte sequência de pedras de dominó, considere que elas foram dispostas sucessivamente e da esquerda para a direita, seguindo um determinado critério.



Segundo esse critério, a pedra que deve corresponder àquela que tem os pontos de interrogação é:



CONCEITOS BÁSICOS DE RACIOCÍNIO LÓGICO

Proposição

Denomina-se proposição a toda sentença, expressa em palavras ou símbolos, que exprima um juízo ao qual se possa atribuir, dentro de certo contexto, somente um de dois valores lógicos possíveis: verdadeiro ou falso.

Somente as sentenças declarativas podem-se atribuir valores de verdadeiro ou falso, o que ocorre quando a sentença é, respectivamente, confirmada ou negada.

Quando uma proposição é verdadeira, atribuímos-lhe o valor lógico V; quando ela é falsa, atribuímos-lhe o valor lógico F.

Observação:

Não se pode atribuir valores de verdadeiro ou falso às outras formas de sentenças como as interrogativas, as exclamativas e as imperativas, embora elas também expressem juízos.

Exemplos de proposições:

• "O número 5 é ímpar" – é uma declaração (afirmativa); portanto, uma proposição. Sabemos ser verdadeira (valor lógico V).
• "Todo homem é mortal" – é uma declaração (afirmativa); portanto, uma proposição. Sabemos ser verdadeira (valor lógico V).
• "$7+12=15$" – é uma declaração (negativa); portanto, uma proposição. Sabemos ser falsa (valor lógico F).
• "Nenhum peixe sabe ler" - é uma declaração (afirmativa); portanto, uma proposição. Sabemos ser verdadeira (valor lógico V).

Exemplos de sentenças que não são proposições: (sentenças abertas)

• "Qual o seu nome?" – é uma pergunta, e não uma declaração. Portanto, não é uma proposição. Não se pode atribuir a ela um valor lógico (V ou F).

- "Que dia lindo!" – é uma sentença exclamativa, e não uma declaração. Portanto, não é uma proposição. Não se pode atribuir a ela um valor lógico (V ou F).
- "Ana, vá estudar sua lição" – é uma sentença imperativa, e não uma declaração. Portanto, não é uma proposição. Não se pode atribuir a ela um valor lógico (V ou F).
- "$x+13=20$" – é uma sentença aberta, e não uma declaração. Portanto, não é uma proposição. Não se pode atribuir a ela um valor lógico (V ou F).

Proposição simples

Uma proposição é dita proposição simples quando não contém qualquer outra proposição como sua componente.

Isso significa que não é possível encontrar como parte de uma proposição simples alguma outra proposição diferente dela. Não se pode subdividi-la em partes menores tais que alguma delas seja uma nova proposição.

Exemplo:

A sentença "Júlio gosta de esporte" é uma proposição simples, pois não é possível identificar como parte dela qualquer outra proposição diferente.

Outros exemplos:

"Júlio fala inglês"
"Laranja é uma fruta"
"Todos os ricos são homens"

Proposição composta

Uma proposição é composta quando se pode extrair como parte dela uma nova proposição.

Exemplo:

A sentença "Paulo é irmão de Ana e de César" é uma proposição composta, pois é possível retirar-se dela outras proposições: "Paulo e irmão de Ana" e "Paulo é irmão de César".

Conectivos lógicos (ou estruturas lógicas)

Os conectivos lógicos agem sobre as proposições a que estão ligadas de modo a criar novas proposições.

Alguns dos conectivos são:

Estruturas Fundamentais	Simbologia	Denominações
A e B	$\wedge$	Conjunção
A ou B	$\vee$	Disjunção
ou A ou B	$\underline{\vee}$	Disjunção exclusiva
Se A, então B	$\rightarrow$	Condicional
A se e somente se B	$\leftrightarrow$	Bicondicional
Não A	"$\sim$" ou "$\neg$"	Negação

Exemplo:

A sentença "Se Talita não bebe, então Carlos vai ao clube ou Bruna toma café". É uma proposição composta na qual podemos observar alguns conectivos lógicos ("não", "se..., então" e "ou") que estão agindo sobre as proposições simples "Talita não bebe", "Carlos vai ao clube" e "Bruna toma café".

Operações com proposições

Assim como na Álgebra tradicional existem as operações com números (adição, subtração etc.), na Álgebra Booleana existem operações com as proposições.

O valor lógico (verdadeiro ou falso) de uma proposição composta depende somente do valor lógico de cada uma de suas proposições componentes e da forma como estas sejam ligadas pelos conectivos lógicos utilizados.

Tabela - verdade

É uma forma usual de representação das regras da Álgebra Booleana. Nela, é representada cada proposição (simples ou composta) e todos os seus valores lógicos possíveis.

1º- Conjunção: "A e B" (Representação: $A \wedge B$).

Denominamos conjunção a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo "**e**".

Exemplo:

Dadas as proposições simples:
A: Marta é mãe de Beto.
B: Marta é mãe de Carlos.

A conjunção "**A e B**" pode ser escrita como:
$A \wedge B$**:** Marta é mãe de Beto e de Carlos.

Uma conjunção é verdadeira somente quando as duas proposições que a compõem forem verdadeiras, Ou seja, a conjunção "**A ∧ B**" é **verdadeira** somente quando **A** é **verdadeira** e **B** é **verdadeira** também. Por isso dizemos que a conjunção exige a **simultaneidade** de condições.

Na tabela-verdade, apresentada a seguir, podemos observar os resultados da conjunção "**A** e **B**" para cada um dos valores que **A** e **B** podem assumir.

A	B	A ∧ B
V	**V**	**V**
V	F	F
F	V	F
F	F	F

2º- Disjunção: "A ou B" (Representação: $A \vee B$).

Denominamos disjunção a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo "**ou**".

Exemplo:

Dadas as proposições simples:
A: Tiago fala Francês.
B: Tiago é universitário.

A disjunção “**A ou B**” pode ser escrita como:
$A \vee B$: Tiago fala Francês **ou** é universitário.

Uma disjunção é **falsa** somente quando as duas proposições que a compõem forem **falsas**. Ou seja, a disjunção “**A ou B**” é **falsa** somente quando **A** é **falsa** e **B** é **falsa** também. Mas se **A** for verdadeira ou se **B** for verdadeira ou mesmo se ambas, **A** e **B**, forem verdadeiras, então a disjunção será verdadeira. Por isso dizemos que, ao contrário da conjunção, a disjunção **não necessita da simultaneidade** de condições para ser verdadeira, bastando que pelo menos uma de suas proposiçoes componentes seja verdadeira.

Na tabela-verdade, apresentada a seguir, podemos observar os resultados da disjunção “**A ou B**” para cada um dos valores que **A** e **B** podem assumir.

A	B	$A \vee B$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	**F**	**F**

3º- Disjunção exclusiva: “ou A ou B” (Representação: $A \underline{\vee} B$).

Denominamos disjunção exclusiva a proposição composta formada por duas proposições quaisquer em que cada uma delas esteja precedida pelo conectivo “**ou**”.

Exemplo:

Dadas as proposições simples:
A: O número 7 é par.
B: O número 7 é ímpar.

A disjunção exclusiva “**ou A ou B**” pode ser escrita como:
$A \underline{\vee} B$: **Ou** o número 7 é par **ou** o número 7 é ímpar.

A proposição disjunção condicional “**ou A ou B**” é **falso** somente quando **A** e **B** têm o **mesmo valor lógico** (ambas são verdadeiras ou ambas são falsas), sendo **verdadeiro** quando **A** e **B** têm **valores lógicos contrários**.

Na tabela-verdade, apresentada a seguir, podemos observar os resultados da proposição disjunção condicional “**ou A ou B**” para cada um dos valores que **A** e **B** podem assumir.

A	**B**	$A \underline{\vee} B$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

4º- Implicação (Condicional): “Se A, então B” (Representação: $A \to B$).

Denominamos condicional a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo “**Se..., então**” ou por uma de suas formas equivalentes.

Exemplo:

Dadas as proposições simples:
A: Lucas é goiano.
B: Lucas é brasileiro.

A condicional “**Se A, então B**” pode ser escrita como:
$A \rightarrow B$: **Se** Lucas é goiano, **então** Lucas é brasileiro.

Uma condicional “**Se A então B**” é **falsa** somente quando a condição **A** é **verdadeira** e a conclusão **B** é **falsa**, sendo verdadeira em todos os outros casos. Isto significa que numa proposição condicional, a única situação que não pode ocorrer é uma condição verdadeira implicar uma conclusão falsa.

Na tabela-verdade apresentada a seguir podemos observar os resultados da proposição condicional “**Se A então B**” para cada um dos valores que **A** e **B** podem assumir.

A	B	A → B
V	V	V
V	**F**	**F**
F	V	V
F	F	V

5º- Dupla Implicação (Bicondicional): “A se e somente se B” (Representação: $A \leftrightarrow B$).

Denominamos bicondicional a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo “**se e somente se**”.

Exemplo:

Dadas as proposições simples:
A: Sérgio é meu tio.
B: Sérgio é irmão de um de meus pais.

A bicondicional “**A se e somente se B**” pode ser escrita como:

$A \leftrightarrow B$: Sérgio é meu tio **se e somente se** Sérgio é irmão de um de meus pais.

A proposição bicondicional “**A se e somente se B**” é **verdadeira** somente quando **A** e **B** têm o **mesmo valor lógico** (ambas são verdadeiras ou ambas são falsas), sendo **falsa** quando **A** e **B** têm **valores lógicos contrários**.

Na tabela-verdade, apresentada a seguir, podemos observar os resultados da proposição bicondicional “**A se e somente se B**” para cada um dos valores que **A** e **B** podem assumir.

A	B	A ↔ B
V	**V**	**V**
V	F	F
F	V	F
F	**F**	**V**

6º- Negação: "Não A" (Representação: $\neg A$)

Definição

Uma proposição é a negação de outra quando: se uma for verdadeira, então a outra é <u>obrigatoriamente</u> falsa e, se uma for falsa, então a outra é <u>obrigatoriamente</u> verdadeira.

<u>Modos de Negação de uma Proposição Simples</u>

1) Antepondo-se a expressão "não" ao seu verbo.

Exemplo:
"Beto gosta de futebol".
"Beto não gosta de futebol".

2) Retirando-se a negação antes do verbo.

Exemplo:
"Ítalo não é irmão de Maria".
"Ítalo é irmão de Maria".

3) Substituindo-se um termo da proposição por um de seus antônimos.

Exemplo:
"n é um número ímpar".
"n é um número par".

Observação

"Este lápis é verde" contradiz, mas <u>não é a negação de</u> "Este lápis é azul", porque a negação desta "Este lápis não é azul" <u>não obriga</u> a que a cor do lápis seja verde. Poderia ser de qualquer outra cor, diferente das citadas.

Negação das proposições compostas

Devemos respeitar algumas regras para negação das proposições compostas. Observe:

Negação da conjunção: $\neg (P \wedge Q) = (\neg P) \vee (\neg Q)$
Negação da disjunção: $\neg (P \vee Q) = (\neg P) \wedge (\neg Q)$
Negação da condicional: $\neg (P \rightarrow Q) = P \wedge (\neg Q)$
Negação da bicondicional: $\neg (P \leftrightarrow Q) = P \veebar Q$

Nota 1: Essas negações podem ser demonstradas através da tabela-verdade.
Negação do todo: PEA + NÃO (MACETE)
Negação do nenhum: PEA (MACETE)
Negação do algum: NETO NÃO (MACETE)

Nota 2: PEA = PELO MENOS UM, EXISTE UM, ALGUM
NETO NÃO = NENHUM É, TODO NÃO É

Tautologia

Uma proposição composta é uma ***tautologia*** se ela for ***sempre verdadeira*** independentemente dos valores lógicos das proposições que a compõem.

Exemplos

1º- A proposição "$A \vee (\neg A)$" é uma *tautologia*, pois é *sempre verdadeira*, independentemente dos valores lógicos de **A**. Veja na tabela-verdade a seguir:

A	¬A	A∨(¬A)
V	F	V
F	V	V

2º- A proposição "$(A \wedge B) \to (A \vee B)$" é uma *tautologia*, pois é *sempre verdadeira*, independentemente dos valores lógicos de **A** e de **B**. Veja na tabela-verdade a seguir:

A	B	A ∧ B	A∨B	(A ∧ B) → (A ∨ B)
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

Contradição

Uma proposição composta é uma ***contradição*** se ela for ***sempre falsa*** independentemente dos valores lógicos das proposições que a compõem.

Exemplo

1º- A proposição "$A \wedge (\neg A)$" é uma *contradição*, pois é *sempre falsa*, independentemente dos valores lógicos de **A**. Veja na tabela-verdade a seguir:

A	¬A	A∧(¬A)
V	F	F
F	V	F

Obs: Para se calcular o número de linhas da tabela-verdade, utilizamos a seguinte fórmula:

$$\mathbf{2^n}$$

1º	2º	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \rightarrow Q$	$P \leftrightarrow Q$	$P \veebar Q$
V	V	V	V	V	V	F
V	F	F	V	F	F	V
F	V	F	V	V	F	V
F	F	F	F	V	V	F

"E" (CONJUNÇÃO)

OBS: OS DOIS TEM QUE SER CERTO

"OU" (DISJUNÇÃO INCLUSIVA)

OBS: OU UM OU OUTRO - PELO MENOS UM

"SE..., ENTÃO" (CONDICIONAL)

OBS: PRIMEIRA VERDADEIRA E A SEGUNDA FALSA É FALSO... O RESTO SEMPRE VERDADEIRO

"SE E SOMENTE SE" (BICONDICIONAL)

OBS: SERÁ VERDADEIRO QUANDO AS DUAS FOREM EQUIVALENTES

"OU...OU" (DISJUNÇÃO EXCLUSIVA)

OBS: AS DUAS SENDO EQUIVALENTES É FALSO

Negação das proposições compostas

Devemos respeitar algumas regras para negação das proposições compostas. Observe:

Negação da conjunção: $\neg (P \wedge Q) = (\neg P) \vee (\neg Q)$

Negação da disjunção: $\neg (P \vee Q) = (\neg P) \wedge (\neg Q)$

Negação da condicional: $\neg (P \rightarrow Q) = P \wedge (\neg Q)$

Negação da bicondicional: $\neg (P \leftrightarrow Q) = P \veebar Q$

Nota 1: Essas negações podem ser demonstradas através da tabela-verdade.

Negação do todo: PEA + NÃO (MACETE)

Negação do nenhum: PEA (MACETE)

Negação do algum: NETO NÃO (MACETE)

Nota 2: PEA = PELO MENOS UM, EXISTE UM, ALGUM

NETO NÃO = NENHUM É, TODO NÃO É

Questões de Raciocínio Lógico – Parte I

1. A negação da afirmação: **“Vai fazer frio e vai fazer calor”**, é:

a. Não vai fazer frio e não vai fazer calor.
b. Vai fazer calor e vai fazer frio.
c. Ou vai fazer frio ou vai fazer calor.
d. Não vai fazer frio ou não vai fazer calor.
e. Ou não vai fazer calor ou não vai fazer frio.

2. Negar que **Pedro foi nadar se e somente se Maria estava vestida** equivale a dizer que:

a. Pedro foi nadar se e somente se Maria não estava vestida.
b. Pedro foi nadar e Maria estava vestida.
c. Pedro estava vestido e Maria estava nadando.
d. Ou Pedro foi nadar ou Maria estava vestida.
e. Pedro não foi nadar e Maria não estava vestida.

3. A negação da afirmação condicional **"se estiver chovendo, eu levo o guarda-chuva"**é:

a. se não estiver chovendo, eu levo o guarda-chuva
b. não está chovendo e eu levo o guarda-chuva
c. não está chovendo e eu não levo o guarda-chuva
d. se estiver chovendo, eu não levo o guarda-chuva
e. está chovendo e eu não levo o guarda-chuva

4. Dadas as proposições simples **p** e **q**, tais que **p** é **v**erdadeira e **q** é **f**alsa, considere as seguintes proposições compostas abaixo e indique quantas são verdadeiras:

1) $p \wedge q$ 2) $\sim p \rightarrow q$ 3) $\sim(p \vee \sim q)$ 4) $\sim(p \leftrightarrow q)$

a. nehuma
b. 1
c. 2
d. 3
e. 4

5. Dado que a proposição P é verdadeira, Q é falsa e R e verdadeira, pode-se afirmar que as proposições compostas:

$P \rightarrow (Q \wedge R)$; $Q \rightarrow (P \wedge R)$ e $R \rightarrow (P \wedge Q)$ tem como valores-verdade (V ou F), respectivamente:

a. F V V
b. F V F
c. V V F
d. V F V
e. V V V

6. Sejam dadas as seguintes proposições compostas em que P e Q são proposições verdadeiras e R é uma proposição falsa:

I. $P \rightarrow (Q \wedge \sim R)$

II. $R \rightarrow (Q \wedge P)$

III. $(\sim P \wedge Q) \rightarrow \sim R$

IV. $R \leftrightarrow Q$

V. $P \vee (R \vee Q)$

A sequência CORRETA do respectivo valor verdade de cada uma das proposições compostas acima é:

a. V V V F V
b. V F F V F
c. V V V V V
d. F V F F V
e. F V V F F

QUESTÕES RACIOCÍNIO LÓGICO – PARTE 2

1. A negação da afirmação “se o cachorro late então o gato mia” é:
   a. Se o gato não mia, então o cachorro não late.
   b. O cachorro late e o gato não mia.
   c. O cachorro não late e o gato não mia.
   d. Se o cachorro não late, então o gato não mia.
   e. O cachorro não late ou gato não mia.

2. A negação da proposição “Mário é brasileiro ou Maria não é boliviana” é:
   a. Mário não é brasileiro ou Maria é boliviana.
   b. Mário não é brasileiro e Maria é boliviana.
   c. Mário não é brasileiro e Maria não é boliviana.
   d. Mário é brasileiro e Maria não é boliviana.
   e. Mário é brasileiro ou Maria é boliviana.

3. Na lista de frases apresentadas a seguir:

   - “A frase dentro destas aspas é uma mentira.”

   - A expressão x + y é positiva.

   - O valor de $\sqrt{4}$ + 3 = 7.

   - Pelé marcou dez gols para a seleção brasileira.

   - O que é isto?

   Há exatamente:
   a. Uma proposição
   b. Duas proposições
   c. Três proposições
   d. Quatro proposições
   e. Todas são proposições

4. Sendo “p” a proposição: “Junior é alto”, e “q” a proposição: “Ricardo é baixo”, podemos dizer que a proposição “$p \leftrightarrow q$”, traduzida para a linguagem corrente, é:

a. Junior é alto ou Ricardo é baixo
b. Ricardo é baixo e Junior é alto
c. Se Junior é alto, então Ricardo é baixo
d. Se Junior é alto, então Ricardo não é baixo
e. Junior é alto se, e somente se, Ricardo é baixo

5. Sendo “p” a proposição: “Juliana gosta de Matemática”, e “q” a proposição: “Nayara gosta de Física”, assinale a alternativa que corresponde à seguinte proposição em linguagem simbólica: “Se Nayara gosta de Física, então Juliana gosta de Matemática”.
a. $p \wedge q$
b. $(\sim p) \vee q$
c. $q \rightarrow p$
d. $(\sim p) \wedge (\sim q)$
e. $q \leftrightarrow q$

6. O número de combinações de valorações das proposições simples “A”, “B” e “C” para as quais a proposição composta $(A \vee B) \vee (\sim C)$ pode ser avaliada, assumindo valoração “V” ou “F”, será igual a:
a. 2
b. 4
c. 8
d. 16
e. 32

7. Sejam as proposições simples “A”, “B”, “C”, “D”, “E” não necessariamente distintas. Se “P” representa a proposição composta dada por: P: $(\sim A \rightarrow C) \wedge (B \leftrightarrow \sim E) \vee D$. Então o número máximo de linhas “N” que a proposição composta ”P” poderá ter, será de:
a. N ‹ 10
b. 10 ‹ N ‹ 20
c. 20 ‹ N ‹ 30
d. 30 ‹ N ‹ 40
e. 40 ‹ N ‹ 50

8. Considere as seguintes proposições:
A: 6 – 1 = 7 ou 6 + 1 › 2
B: 6 + 3 › 8 e 6 – 3 = 4
C: 9 x 3 › 25 ou 6 x 7 ‹ 45
D: 5 + 2 é um número primo e todo número primo é impar
Nesse caso, entre essas 4 proposições:
a. Apenas uma é F
b. Duas F
c. Três F
d. Quatro F
e. Todas são F

9. Entre as opções abaixo, a única com valor lógico verdadeiro é:
a. Se Roma é a capital da Itália, Londres é a capital da França.
b. Se Londres é a capital da Inglaterra, Paris não é a capital da França.
c. Roma é a capital da Itália e Londres é a capital da França ou Paris é a capital da França
d. Roma é a capital da Itália e Londres é a capital da França ou Paris é a capital da Inglaterra
e. Roma é a capital da Itália e Londres não é a capital da Inglaterra

10. Considere as assertivas a seguir, sendo p e q proposições, e assinale a alternativa que aponta a(s) CORRETA(S).
    I. $p \vee \sim q$ assume valor lógico verdadeiro, quaisquer que sejam os valores lógicos das variáveis sentenciais.
    II. $q \wedge \sim p$ assume o valor lógico falso, quaisquer que sejam os valores lógicos das variáveis sentenciais.
    III. $p \rightarrow p \vee q$ assume o valor lógico verdadeiro, quaisquer que sejam as variáveis sentenciais.
    a. Apenas I
    b. Apenas II
    c. Apenas III
    d. Apenas I e II
    e. I, II e III

11. Dadas as proposições compostas:

    I. $3 + 4 = 7 \leftrightarrow 5^3 = 125$

    II. $3 + 2 = 6 \rightarrow 4 + 4 = 9$

    III. $\sqrt{3}$ › 1 ∨ ¶ não é um número real

    IV. $\sqrt{2}$ › 1 → 2° = 2

    V. -2 › 0 ↔ ¶² ‹ 2

    A que tem valor lógico FALSO é a:
    a. I
    b. II
    c. III
    d. IV
    e. V

12. Na tabela-verdade abaixo, “p” e “q” são proposições.

P	q	?
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	F

A proposição composta que substitui corretamente o ponto de interrogação é:
a. $p \wedge q$
b. $p \rightarrow q$
c. $\sim(p \rightarrow q)$
d. $\sim(p \wedge q)$
e. $\sim[(\sim p) \wedge (\sim q)]$

13. Se “A”, “B” e “C” são proposições em que “A” e “C” são V e “B” é F, então:
    $(\sim A) \vee \sim[(\sim B) \wedge C]$ é V
    a. Certo
    b. Errado

14. Se A e B são proposições simples, então, completando a coluna em branco na tabela abaixo, se necessário, conclui-se que a última coluna da direita corresponde à tabela-verdade da proposição composta A → (B → A).

A	B	B → A	A → (B → A)
V	V		V
V	F		V
F	F		V
F	V		F

a. Certo
b. Errado

15. Se A e B são proposições, completando a tabela abaixo, se necessário, conclui-se que a proposição ~(A ∨ B) → ~A ∧ ~B é uma tautologia.

A	B	B ∨ A	~A	~B	~(A ∨ B)	~A ∧ ~B	~(A ∨ B) → ~A ∧ ~B
V	V						
V	F						
F	F						
F	V						

a. Certo
b. Errado

16. Considerando-se as possíveis valorações V ou F das proposições A e B e completando-se as colunas da tabela abaixo, se necessário, é correto afirmar que a última coluna dessa tabela corresponde à tabela-verdade da proposição:
[A ∨ (~B)] → [~(A ∨ B)].

A	B	~B	A ∨ (~B)	A ∨ B	~(A ∨ B)	[A ∨ (~B)] → [~(A ∨ B)]
V	V					F
V	F					F
F	V					V
F	F					V

a. Certo
b. Errado

17. A última coluna da tabela-verdade abaixo corresponde à proposição (~p) ∨ (q → r).

P	Q	R	~P	Q → R	
V	V	V			V
V	V	F			F
V	F	V			V
V	F	F			V
F	V	V			V
F	V	F			V
F	F	V			V
F	F	F			V

a. Certo
b. Errado

18. A última coluna da tabela-verdade abaixo corresponde à proposição $(P \wedge R) \rightarrow Q$.

P	Q	R	$P \wedge R$	
V	V	V		V
V	V	F		V
V	F	V		F
V	F	F		V
F	V	V		F
F	V	F		V
F	F	V		F
F	F	F		V

a. Certo
b. Errado

QUESTÕES RACIOCÍNIO LÓGICO – PARTE III

1.

(Cespe – Finep – 2009) Acerca de proposições, considere as seguintes frases:

I. Os Fundos Setoriais de Ciência e Tecnologia são instrumentos de financiamento de projetos.

II. O que é o CT-Amazônia?

III. Preste atenção ao edital!

IV. Se o projeto for de cooperação universidade-empresa, então podem ser pleiteados recursos do fundo setorial verde-amarelo.

São proposições apenas as frases correspondentes aos itens:

a) I e IV;
b) II e III;
c) III e IV;
d) I, II e III;
e) I, II e IV.

Considere que as letras P, Q, R e T representem proposições e que os símbolos ¬, ∧, ∨ e → sejam operadores lógicos que constroem novas proposições e significam não, e, ou e então, respectivamente. Na lógica proposicional, cada proposição assume um único valor (valor-verdade), que pode ser verdadeiro (V) ou falso (F), mas nunca ambos.

Com base nas informações apresentadas no texto acima, julgue os itens a seguir.

2.

(Cespe – PF – 2004) Se as proposições P e Q são ambas verdadeiras, então a proposição $(\neg P) \vee (\neg Q)$ também é verdadeira.

QUESTÕES 3, 4 e 5.

(Cespe – PF – 2004) Se a proposição T é verdadeira e a proposição R é falsa, então a proposição $R \rightarrow (\neg T)$ é falsa.

(Cespe – PF – 2004) Se as proposições P e Q são verdadeiras e a proposição R é falsa, então a proposição $(P \wedge R) \rightarrow (\neg Q)$ é verdadeira.

(Cespe – TRT-5ª Região – 2008) Se A, B, C e D forem proposições simples e distintas, então o número de linhas da tabela-verdade da proposição $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (C \rightarrow D)$ será superior a 15.

6.

(Cespe – MPE – 2008) Se a proposição A for F e a proposição $(\neg A) \vee B$ for V, então, obrigatoriamente, a proposição B é V.

QUESTÕES 7 e 8.

Considere as proposições:
A: O cachorro mordeu a bola.
B: O prédio do MCT fica na Esplanada.

(Cespe – MCT – 2008) Nesse caso, um enunciado correto da proposição $\neg(A \vee B)$ é: O cachorro não mordeu a bola nem o prédio do MCT fica na Esplanada.

(Cespe – PM-AC – 2008) Se A é a proposição "Todo bom soldado é pessoa honesta", considere as proposições seguintes:
B: Nenhum bom soldado é pessoa desonesta.
C: Algum bom soldado é pessoa desonesta.
D: Existe um bom soldado que não é pessoa honesta.
E: Nenhuma pessoa desonesta é um mau soldado.
Nesse caso, todas as quatro proposições podem ser consideradas como enunciados para a proposição $\neg A$.

QUESTÕES 9, 10, 11 e 12.

(Cespe – TRT-5ª Região – 2008) Na tabela abaixo, a última coluna da direita corresponde à tabela-verdade da proposição $(\neg A) \vee B \rightarrow \neg(A \vee B)$

A	B	$\neg A$	$(\neg A) \vee B$	$\neg(A \vee B)$	$(\neg A) \vee B \rightarrow \neg(A \vee B)$
V	V				V
V	F				F
F	V				V
F	F				V

(Cespe – TRT-5ª Região – 2008) A proposição $\neg(A \vee B) \rightarrow (\neg A) \vee B$ é uma tautologia.

(Cespe – TRT-5ª Região – 2008) Na tabela abaixo, a última coluna da direita corresponde à tabela-verdade da proposição $\neg(A \wedge B) \rightarrow A \wedge (\neg B)$.

A	B	$\neg B$	$\neg(A \wedge B)$	$A \wedge (\neg B)$	$\neg(A \wedge B) \rightarrow A \wedge (\neg B)$
V	V				F
V	F				V
F	V				V
F	F				V

(Cespe – TRT-5ª Região – 2008) A proposição $A \wedge (\neg B) \rightarrow \neg(A \wedge B)$ é uma tautologia.

QUESTÕES 13 e 14.

(Cespe – TRT-5ª Região – 2008) Na tabela abaixo, a proposição $[A \rightarrow B] \leftrightarrow [(\neg B) \rightarrow (\neg A)]$ é uma tautologia.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \rightarrow B$	$(\neg B) \rightarrow (\neg A)$	$[A \rightarrow B] \leftrightarrow [(\neg B) \rightarrow (\neg A)]$
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

(Cespe – TRT-5ª Região – 2008) Considerando que P seja a proposição "Todo jogador de futebol será craque algum dia", então a proposição ¬P é corretamente enunciada como "Nenhum jogador de futebol será craque sempre".

QUESTÕES 15 e 16.

(Cespe – TRT-5ª Região – 2008) Considere as proposições seguintes.
Q: "Se o Estrela Futebol Clube vencer ou perder, cairá para a segunda divisão."
A: "O Estrela Futebol Clube vence."
B: "O Estrela Futebol Clube perde."
C: "O Estrela Futebol Clube cairá para a segunda divisão."
Nesse caso, a proposição Q pode ser expressa, simbolicamente, por $A \wedge B \rightarrow C$.

(Cespe – TRT-5ª Região – 2008) Considere as proposições a seguir.
R: "Ou o Saturno Futebol Clube vence ou, se perder, cairá para a segunda divisão."
A: "O Saturno Futebol Clube vence."
B: "O Saturno Futebol Clube perde."
C: "O Saturno Futebol Clube cairá para a segunda divisão."
Nesse caso, a proposição R pode ser expressa, simbolicamente, por $A \vee (B \rightarrow C)$.

Proposições logicamente equivalentes (Símbolo $\Leftrightarrow$)

São proposições cujas tabelas-verdade são idênticas.
Uma conseqüência prática da equivalência lógica é que, ao trocar uma dada proposição por qualquer outra que lhe seja equivalente, estamos apenas mudando a maneira de dizê-la.

Observação

Não devemos confundir o símbolo da equivalência de proposições $(\Leftrightarrow)$ com o símbolo da bicondicional $(\leftrightarrow)$.

Regras de equivalência

Da definição de equivalência lógica podemos demonstrar as seguintes equivalências:

– **Leis comutativas**

1º- $A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$
2º- $A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$

– **Leis associativas:**

1º- $(A \wedge B) \wedge C \Leftrightarrow A \wedge (B \wedge C)$
2º- $(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$

– **Leis distributivas:**

1º- $A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

2º- $A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

– **Lei da dupla negação:**

1º- $\neg(\neg A) \Leftrightarrow A$

– **Lei da absorção**

1º- $A \vee (B \wedge A) \Leftrightarrow A$
2º- $A \wedge (B \vee A) \Leftrightarrow A$

– **Equivalências da Condicional:**

1º- $A \to B \Leftrightarrow (\neg A) \vee B$
2º- $A \to B \Leftrightarrow \neg B \to \neg A \quad (Contrapositiva)$

Questões de proposições logicamente equivalentes

01- **(FCC – Analista de Sistemas)** Do ponto de vista lógico, se for verdadeira a proposição condicional "se eu ganhar na loteria, então comprarei uma casa", necessariamente será verdadeira a proposição:
a) se eu não ganhar na loteria, então não comprarei uma casa.
b) se eu não comprar uma casa, então não ganhei na loteria.
c) se eu comprar uma casa, então terei ganho na loteria.
d) só comprarei uma casa se ganhar na loteria.
e) só ganharei na loteria quando decidir comprar uma casa.

02- Dizer que "Beto é paulista ou Paulo não é carioca" é do ponto de vista lógico, o mesmo que dizer que:
a) Se Beto é paulista, então Paulo não é carioca
b) Se Beto não é paulista, então Paulo é carioca
c) Se Paulo não é carioca, então Beto é paulista
d) Se Paulo é carioca, então Beto é paulista
e) Se Beto é paulista, então Paulo não é carioca

03- Considere verdadeira a declaração: "Se durmo cedo, então não acordo tarde". Assim, é correto concluir que
a) Se não durmo cedo, então acordo tarde.
b) Se não durmo cedo, então não acordo tarde.
c) Se acordei tarde, é porque não dormi cedo.
d) Se não acordei tarde, é porque não dormi cedo.
e) Se não acordei tarde, é porque dormi cedo.

04- Uma proposição logicamente equivalente a "Se eu me chamo André, então eu passo no vestibular." é:
a) Se eu não me chamo André, então eu não passo no vestibular.
b) Se eu passo no vestibular, então me chamo André.
c) Se eu não passo no vestibular, então me chamo André.
d) Se eu não passo no vestibular, então não me chamo André.
e) Eu passo no vestibular e não me chamo André.

05- Dizer que “Pedro não é pedreiro ou Paulo é paulista” é do ponto de vista lógico, o mesmo que dizer que:
a) Se Pedro é pedreiro, então Paulo é paulista
b) Se Paulo é paulista, então Pedro é pedreiro
c) Se Pedro não é pedreiro, então Paulo é paulista
d) Se Pedro é pedreiro, então Paulo não é paulista
e) Se Pedro não é pedreiro, então Paulo não é Paulista

06- Dizer que “Antônio é carioca ou José não é baiano” é do ponto vista lógico, o mesmo que dizer que:
a) Se Antônio é carioca, então José não é baiano
b) Se Antônio não é carioca, então José é baiano
c) Se José não é baiano, então Antônio é carioca
d) Se José é baiano, então Antônio é carioca
e) Antônio é carioca e José não é baiano

07- **(ESAF – MPOG/2001)** Dizer *que “Andre é artista ou Bernardo não é engenheiro”* é logicamente equivalente a dizer que:
a) André é artista se e somente se Bernardo não é engenheiro;
b) Se André é artista, então Bernardo não é engenheiro;
c) Se André não é pedreiro, então Paulo é pedreiro;
d) Se Bernardo é engenheiro, então André é artista;
e) André não é artista e Bernardo é engenheiro.

08- **(ESAF – MPOG/2009)** Admita que, em um grupo: “se algumas pessoas não são honestas, então algumas pessoas são punidas”. Desse modo, pode-se concluir que, nesse grupo:
a) as pessoas honestas nunca são punidas.
b) as pessoas desonestas sempre são punidas.
c) se algumas pessoas são punidas, então algumas pessoas não são honestas.
d) se ninguém é punido, então não há pessoas desonestas.
e) se todos são punidos, então todos são desonestos.

09- **(ESAF – MPOG)** Dizer que “Ana não é alegre ou Beatriz é feliz” é do ponto de vista lógico, o mesmo que dizer:
a) se Ana não é alegre, então Beatriz é feliz.
b) se Beatriz é feliz, então Ana é alegre.
c) se Ana é alegre, então Beatriz é feliz.
d) se Ana é alegre, então Beatriz não é feliz.
e) se Ana não é alegre, então Beatriz não é feliz.

10- **(ESAF – CGU)** Um renomado economista afirma que “A inflação não baixa ou a taxa de juros aumenta”. Do ponto de vista lógico, a afirmação do renomado economista equivale a dizer que:
a) se a inflação baixa, então a taxa de juros não aumenta.
b) se a taxa de juros aumenta, então a inflação baixa.
c) se a inflação não baixa, então a taxa de juros aumenta.
d) se a inflação baixa, então a taxa de juros aumenta.
e) se a inflação não baixa, então a taxa de juros não aumenta.

11- Um economista deu a seguinte declaração em uma entrevista: “Se os juros bancários são altos, então a inflação é baixa”. Uma proposição logicamente equivalente à do economista é:
a) Se a inflação não é baixa, então os juros bancários não são altos
b) Se a inflação é alta, então os juros bancários são altos
c) Se os juros bancários não são altos, então a inflação não é baixa
d) Os juros bancários são baixos e a inflação é baixa
e) Ou os juros bancários são baixos, ou a inflação é baixa.

12- **(Cespe – TCE/RN – 2009)** Com relação a lógica sentencial e de primeira ordem, julgue os itens que se seguem.
1º- As proposições “Se Mário é assessor de Pedro, então Carlos é cunhado de Mário” e “Se Carlos não é cunhado de Mário, então Mário não é assessor de Pedro” são equivalentes.
2º- Se A, B, C e D são proposições, em que B é falsa e D é verdadeira, então, independentemente das valorações falsa ou verdadeira de A e C, a proposição $A \vee B \rightarrow C \wedge D$ será sempre verdadeira.

13- **(Cespe – SEBRAE – 2008)** Considerando que os números naturais x e y sejam tais que “se x é ímpar, então y é divisível por 3”, é correto afirmar que
a) se x é par, então y não é divisível por 3.
b) se y é divisível por 3, então x é ímpar.
c) se y = 9, então x é par.
d) se y = 10, então x é par.

14- **(FCC – TRE/Piauí - 2009)** Um dos novos funcionários de um cartório, responsável por orientar o público, recebeu a seguinte instrução:

“Se uma pessoa precisar autenticar documentos, encaminhe-a ao setor verde.”

Considerando que essa instrução é sempre cumprida corretamente, pode-se concluir que, necessariamente,
a) uma pessoa que não precise autenticar documentos nunca é encaminhada ao setor verde.
b) toda pessoa encaminhada ao setor verde precisa autenticar documentos.
c) somente as pessoas que precisam autenticar documentos são encaminhadas ao setor verde.
d) a única função das pessoas que trabalham no setor verde é autenticar documentos.
e) toda pessoa que não é encaminhada ao setor verde não precisa autenticar documentos.

LÓGICA DA ARGUMENTAÇÃO

$$Argumentos: \quad Verdade \times Validade$$

Vamos discutir um dos pontos mais importantes da lógica. A lógica não estuda a verdade ou a falsidade das idéias, isso é tarefa da ciência. A lógica verifica a validade ou não dos argumentos. É importante entendermos que verdade e validade não têm o mesmo sentido. Também não podemos confundir uma sentença falsa com um raciocínio inválido!

Argumento lógico

Denomina-se argumento a relação que associa um conjunto de proposições $P_1, P_2, ..., P_n$, chamadas premissas do argumento, a uma proposição C a qual chamamos de conclusão do argumento.

$$\{P_1, P_2, ..., P_n\} \rightarrow C$$

Premissa

Premissa é cada uma das proposições que serve de base à conclusão. Quando falamos em premissas, não vamos discutir sua verdade ou falsidade, e sem verificar a qual conclusão nós podemos chegar através delas.

SILOGISMO

Argumento estudado por Aristóteles estruturado com três premissas. A primeira premissa denomina-se premissa maior, a segunda, premissa menor e a terceira, conclusão.

$\{P_1, P_2\} \rightarrow C$

Exemplo

Premissa 1: Todos os artistas são apaixonados.
Premissa 2: Todos os apaixonados gostam de flores.
Conclusão: Todos os artistas gostam de flores.

Quanto à validade de um argumento

1º- **Argumento válido**

Dizemos que um argumento é **válido** ou, ainda, que ele é **legítimo** ou **bem construído** quando a sua conclusão é uma **conseqüência obrigatória** do seu conjunto de premissas;

Em outras palavras: quando um argumento é válido, a verdade das premissas deve **garantir** a verdade da conclusão do argumento.

Isso significa que jamais poderemos ter uma conclusão falsa quando as premissas forem verdadeiras e o argumento for válido.

É importante observar que o estudo dos argumentos **não leva em conta a verdade ou a falsidade das proposições** que compõem os argumentos, mas tão-somente a **validade** destes.

Desse modo, ao se discutir a validade de um argumento, o valor de verdade de cada uma de suas premissas é irrelevante.

Exemplo

Considere o silogismo:

Premissa 1: Todos os elefantes adoram fumar.
Premissa 2: Nenhum fumante gosta de futebol.
Conclusão: Nenhum elefante gosta de futebol.

Esse silogismo está perfeitamente bem construído, sendo, portanto, um **argumento válido**, muito embora a verdade das premissas seja questionável.

2º- **Argumento inválido (falacioso)**

Dizemos que um argumento é **inválido**, também denominado **ilegítimo**, **mal construído** ou **falacioso**, quando a verdade das premissas **não é suficiente** para garantir a verdade da conclusão.

Exemplo

Premissa 1: Todos os alunos do curso foram aprovados.
Premissa 2: Ana não é aluna do curso.
Conclusão: Ana foi reprovada

É um argumento **inválido**, pois as premissas **não garantem** (não obrigam) a verdade da conclusão. Observa-se que Ana pode ter sido aprovada sem ser aluna do curso. (A primeira premissa não afirmou que **somente** os alunos do curso foram aprovados).

Observação

Geralmente os problemas de silogismos apresentam expressões como “Todos”, “Algum”, “Nenhum”. Muitos desses problemas são resolvidos mais facilmente com base na Teoria de Conjuntos e utilizando-se os Diagramas de conjuntos.

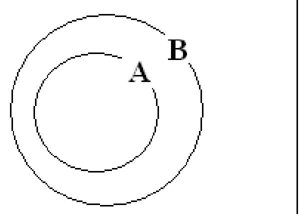
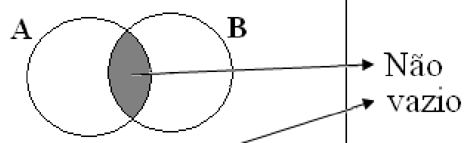
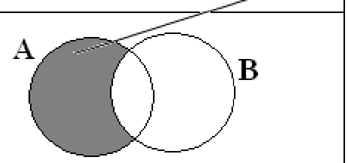
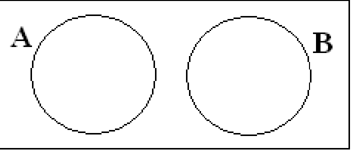
<u>Proposição Categórica</u>

É toda premissa que apresenta uma das seguintes estruturas:

- Todo A é B
- Algum A é B
- Algum A não é B
- Nenhum A é B

<u>Diagrama lógico</u>

É a representação das proposições categóricas através de diagramas de conjuntos

Premissa	Diagrama
Todo A é B	
Algum A é B	
Algum A não é B	
Nenhum A é B	

<u>QUESTÕES DE LÓGICA DA ARGUMENTAÇÃO</u>

01- Todos os bons médicos são pessoas estudiosas. Assim sendo:
a) Alguma pessoa estudiosa não é um bom médico
b) O conjunto dos bons médicos contém o conjunto das pessoas estudiosas
c) Toda pessoa estudiosa é um bom médico
d) Nenhuma pessoa estudiosa é um bom médico
e) O conjunto das pessoas estudiosas contém o conjunto dos bons médicos

02- Todo baiano gosta de axé music. Sendo assim:
a) Todo aquele que gosta de axé music é baiano
b) Todo aquele que não é baiano não gosta de axé music
c) Todo aquele que não gosta de axé music não é baiano
d) Algum baiano não gosta de axé music
e) Alguém que não goste de axé music é baiano

03- Considere verdadeira a declaração: "Nenhum dos alunos que fizeram uma determinada prova tirou mais do que 7". Diante disso, qual a conclusão correta?
a) Todos os alunos tiraram menos do que 7 na prova.
b) Todos os alunos tiraram 7 na prova.
c) Algum aluno tirou 7 na prova.
d) Algum aluno tirou menos de 7 na prova.
e) Algum aluno tirou 7 ou menos na prova.

04- Considere que os argumentos seguintes são verdadeiros:
– Todo comilão é gordo.
– Todo guloso é comilão.
Com base nesses argumentos, é correto afirmar que
a) Todo gordo é guloso.
b) Todo comilão não é guloso.
c) Existem gulosos que não são comilões.
d) Existem comilões que não são gulosos.
e) Existem gulosos que não são gordos.

05- Sabe-se que existe pelo menos um A que é B. Sabe-se também, que todo B é C. Segue-se, portanto, necessariamente que:
a) Todo C é B
b) Todo C é A
c) Algum A é C
d) Nada que não seja C é A
e) Algum A não é C

06- Considere as seguintes proposições:
I. Todos os cidadãos brasileiros têm garantido o direito de herança.
II. Joaquina não tem garantido o direito de herança.
III. Todos aqueles que têm direito de herança são cidadãos de muita sorte.
Supondo que todas essas proposições sejam verdadeiras, é correto concluir logicamente que
1º- Joaquina não é cidadã brasileira.
2º- Todos os que têm direito de herança são cidadãos brasileiros.
3º- Se Joaquina não é cidadã brasileira, então Joaquina não é de muita sorte.

07- **(Cespe – Banco do Brasil – Escriturário)** Na lógica sentencial, denomina-se proposição uma frase que pode ser julgada como verdadeira (V) ou falsa (F), mas não, como ambas. Assim, frases como "Como está o tempo hoje?" e "Esta frase é falsa" não são proposições porque a primeira é pergunta e a segunda não pode ser nem V nem F. As proposições são representadas simbolicamente por letras maiúsculas do alfabeto — A, B, C etc. Uma proposição da forma "A ou B" é F se A e B forem F, caso contrário é V; e uma proposição da forma "Se A então B" é F se A for V e B for F, caso contrário é V. Um raciocínio lógico considerado correto é formado por uma seqüência de proposições tais que a última proposição é verdadeira sempre que as proposições anteriores na seqüência forem verdadeiras.
Considerando as informações contidas no texto acima, julgue os itens subseqüentes.
➢ É correto o raciocínio lógico dado pela seqüência de proposições seguintes:
Se Antônio for bonito ou Maria for alta, então José será aprovado no concurso.

Maria é alta.
Portanto José será aprovado no concurso.

- É correto o raciocínio lógico dado pela seqüência de proposições seguintes:

Se Célia tiver um bom currículo, então ela conseguirá um emprego.
Ela conseguiu um emprego.
Portanto, Célia tem um bom currículo.

08- **(Cespe 2008 – SEBRAE – Analista)** Com relação à lógica formal, julgue os itens subseqüentes.
1º- A frase “Pedro e Paulo são analistas do SEBRAE” é uma proposição simples.
2º- Toda proposição lógica pode assumir no mínimo dois valores lógicos.
3º- A negação da proposição “$2+5=9$” é a proposição “$2+5=7$”.
4º- A proposição “Ninguém ensina a ninguém” é um exemplo de sentença aberta.
5º- A proposição “João viajou para Paris e Roberto viajou para Roma” é um exemplo de proposição formada por duas proposições simples relacionadas por um conectivo de conjunção.
6º- A negação da proposição “Ninguém aqui é brasiliense” é a proposição “Todos aqui são brasilienses”.

09- Admita serem verdadeiros os seguintes fatos:

- Alguns fumantes não tomam café.
- Todos os cariocas tomam café.

Pode-se concluir, corretamente, que:
a) Nenhum carioca é fumante.
b) Nenhum fumante é carioca.
c) Alguns cariocas não são fumantes.
d) Alguns fumantes não são cariocas.
e) Alguns fumantes são cariocas.

10- Em uma pequena comunidade, sabe-se que: **"*nenhum filósofo é rico*"** e que ***"alguns professores são ricos"***. Assim, pode-se afirmar, corretamente, que nesta comunidade
a) Alguns filósofos são professores
b) Alguns professores são filósofos
c) Nenhum filósofo é professor
d) Alguns professores não são filósofos
e) Nenhum professor é filósofo

11- Todos os que conhecem João e Maria admiram Maria. Alguns que conhecem Maria não a admiram. Logo:
a) Todos os que conhecem Maria a admiram.
b) Ninguém admira Maria
c) Alguns que conhecem Maria não conhecem João
d) Quem conhece João admira Maria.
e) Só quem conhece João e Maria conhece Maria

12- O **silogismo** é uma forma de raciocínio dedutivo. Na sua forma padronizada, é constituído por três proposições: as duas primeiras denominam-se premissas e a terceira, conclusão. As premissas são juízos que precedem a conclusão. Em um silogismo, a conclusão é **conseqüência necessária** das premissas. Assinale a alternativa que corresponde a um silogismo.
a)
Premissa 1: Marcelo é matemático.
Premissa 2: Alguns matemáticos gostam de física.
Conclusão: Marcelo gosta de física.
b)
Premissa 1: Marcelo é matemático.

Premissa 2: Alguns matemáticos gostam de física.
Conclusão: Marcelo não gosta de física.
c)
Premissa 1: Mário gosta de física.
Premissa 2: Alguns matemáticos gostam de física.
Conclusão: Mário é matemático.
d)
Premissa 1: Mário gosta de física.
Premissa 2: Todos os matemáticos gostam de física.
Conclusão: Mário é matemático.
e)
Premissa 1: Mário gosta de física.
Premissa 2: Nenhum matemático gosta de física.
Conclusão: Mário não é matemático.

13- Considere que as seguintes afirmações são verdadeiras:

“Todo aluno da Universidade de Fortaleza é inteligente.”
“Existem alunos da Universidade de Fortaleza que não são estudiosos.”

Assim sendo, com relação aos alunos da Universidade de Fortaleza, pode-se concluir corretamente que, com certeza,

a) alguns não são estudiosos e nem inteligentes.
b) alguns são estudiosos e inteligentes.
c) alguns são estudiosos e não inteligentes.
d) todos são estudiosos e inteligentes.
e) todos os não inteligentes são estudiosos.

14- **(ESAF – Auditoria (SERPRO)/2001)** Todas as amigas de Aninha que foram à sua festa de aniversário estiveram, antes, na festa de aniversário de Betinha. Como nem todas amigas de Aninha estiveram na festa de aniversário de Betinha, conclui-se que, das amigas de Aninha,
a) todas foram à festa de Aninha e algumas não foram à festa de Betinha.
b) pelo menos uma não foi à festa de Aninha.
c) todas foram à festa de Aninha e nenhuma foi à festa de Betinha.
d) algumas foram à festa de Aninha mas não foram à festa de Betinha.
e) algumas foram à festa de Aninha e nenhuma foi à festa de Betinha.

15- **(ESAF – Auditoria (SERPRO))** Todos os alunos de matemática são, também, alunos de inglês, mas nenhum aluno de inglês é aluno de história. Todos os alunos de português são também alunos de informática, e alguns alunos de informática são também alunos de história. Como nenhum aluno de informática é aluno de inglês, e como nenhum aluno de português é aluno de história, então:
a) pelo menos um aluno de português é aluno de inglês.
b) pelo menos um aluno de matemática é aluno de história.
c) nenhum aluno de português é aluno de matemática.
d) todos os alunos de informática são alunos de matemática.
e) todos os alunos de informática são alunos de português.

16- **(ESAF – MPOG/2009)** Considerando as seguintes proposições: “Alguns filósofos são matemáticos” e “não é verdade que algum poeta é matemático”, pode-se concluir apenas que:
a) algum filósofo é poeta.
b) algum poeta é filósofo.
c) nenhum poeta é filósofo.
d) nenhum filósofo é poeta.
e) algum filósofo não é poeta.

17- Em uma pequena comunidade sabe-se que: “Nenhum filósofo é rico” e que “alguns professores são ricos”. Assim pode-se afirmar, corretamente, que nesta comunidade;
a) Alguns filósofos são professores.
b) Alguns professores são filósofos.
c) Nenhum filósofo é professor.
d) Alguns professores não são filósofos.
e) Nenhum professor é filósofo.

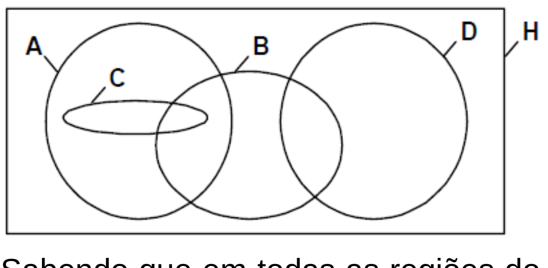
18- **(ESAF – MPOG/2009)** Numa empresa de nanotecnologia, sabe-se que todos os mecânicos são engenheiros e que todos os engenheiros são pós-graduados. Se alguns administradores da empresa também são engenheiros, pode-se afirmar que, nessa empresa:
a) todos os administradores são pós-graduados.
b) alguns administradores são pós-graduados.
c) há mecânicos não pós-graduados.
d) todos os trabalhadores são pós-graduados.
e) nem todos os engenheiros são pós-graduados.

19- **(CESPE)** A forma de uma argumentação lógica consiste de uma seqüência finita de premissas seguidas por uma conclusão. Há formas de argumentação lógica consideradas válidas e há formas consideradas inválidas.

A respeito dessa classificação, julgue os itens seguintes.
➢ A seguinte argumentação é inválida.
Premissa 1: Todo funcionário que sabe lidar com orçamento conhece contabilidade.
Premissa 2: João é funcionário e não conhece contabilidade.
Conclusão: João não sabe lidar com orçamento.
➢ A seguinte argumentação é valida.
Premissa 1: Toda pessoa honesta paga os impostos devidos.
Premissa 2: Carlos paga os impostos devidos.
Conclusão: Carlos é uma pessoa honesta.

20- **(FCC – TRE/Piauí - 2009)** No diagrama a seguir está representado o conjunto **H** de todos os habitantes de uma cidade, além dos seguintes subconjuntos de **H**:

– **A**, formado pelos habitantes que são advogados.
– **B**, formado pelos habitantes que costumam jogar basquete.
– **C**, formado pelos habitantes que gostam de carambola.
– **D**, formado pelos habitantes que são donos de alguma padaria.



Sabendo que em todas as regiões do diagrama pode-se representar corretamente pelo menos um habitante da cidade, é certo afirmar que, se um habitante dessa cidade
a) costuma jogar basquete ou gosta de carambola, então, ele é advogado.
b) gosta de carambola, então, ele é advogado e costuma jogar basquete.
c) é dono de alguma padaria, então, ele costuma jogar basquete.
d) não é dono de alguma padaria, então ele não é advogado.
e) não é advogado, então, ele não gosta de carambola.

21- **(FCC – TRE/Piauí - 2009)** Todos os advogados que trabalham numa cidade formaram-se na universidade X. Sabe-se ainda que alguns funcionários da prefeitura dessa cidade são advogados. A partir dessas informações, é correto concluir que, necessariamente,
a) existem funcionários da prefeitura dessa cidade formados na universidade X.
b) todos os funcionários da prefeitura dessa cidade formados na universidade X são advogados.
c) todos os advogados formados na universidade X trabalham nessa cidade.
d) dentre todos os habitantes dessa cidade, somente os advogados formaram-se na universidade X.
e) existem funcionários da prefeitura dessa cidade que não se formaram na universidade X.

22- **(FCC – TJ/Pernambuco)** Todas as estrelas são dotadas de luz própria. Nenhum planeta brilha com luz própria. Logo,
a) todos os planetas são estrelas.
b) nenhum planeta é estrela.
c) todas as estrelas são planetas.
d) todos os planetas são planetas.
e) todas as estrelas são estrelas.

23- Se for verdade que "Alguns escritores são poetas" e que "Nenhum músico é poeta", então, também é necessariamente verdade que:
a) Nenhum músico é escritor
b) Algum escritor é músico
c) Algum músico é escritor
d) Algum escritor não é músico
e) Nenhum escritor é músico

RAZÃO E PROPORÇÃO

Razão:

A razão entre dois números $a \ e \ b, \ b \neq 0$, nessa ordem, é o quociente $\frac{a}{b}$.

Proporção:

É a expressão que indica uma igualdade entre duas ou mais razões.

Os números a, b, c e d, com $b \neq 0 \ e \ d \neq 0$, formam nessa ordem, uma proporção se, e somente se, a razão entre a e b é igual à razão entre c e d.

Representa-se por $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ e lê-se: a está para b assim como c está para d.

Propriedades das proporções:

1º- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$

2º- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Grandezas:

A notação $A = (a_1, \ a_2, \ a_3, \ ...)$ é utilizada para indicar que $a_1, \ a_2, \ a_3, \ ...$ são assumidos pela grandeza A. Ao escrever num dado problema, que $A = (a_1, \ a_2, \ a_3, \ ...)$ e $B = (b_1, \ b_2, \ b_3, \ ...)$, queremos dizer que quando a grandeza A assumir o valor a_1, a grandeza B assumirá o valor b_1. Queremos dizer, portanto, que a_1 e b_1 são valores correspondentes as grandezas A e B. Analogamente, a_2 e b_2 são valores correspondentes, o mesmo acontece com a_3 e b_3 etc.

QUESTÕES DE RAZÃO E PROPORÇÃO

01- Numa prova com 50 questões, acertei 35, deixei 5 em branco e errei as demais. Qual é a razão do número de questões certas para o de erradas?

02- Calcular dois números positivos na proporção de 2 para 5 sabendo que a diferença do maior para o menor é 42.

03- Num concurso vestibular, para um determinado curso, havia 40 vagas. O número de candidatos por vaga foi de 25 para 1. O número de candidatos que não conseguiram ocupar essas vagas está na alternativa:
a) 960 b) 1000 c) 500
d) 460 e) 920

04- A capacidade de um elevador é de 20 adultos ou 24 crianças. Se 15 adultos já estão no elevador, quantas crianças podem ainda entrar?

05- Sabendo que a está para b assim como 8 está para 5 e que $3a - 2b = 140$, calcular a e b.

06- Dois números positivos estão entre si assim como 3 está para 4. Determine-os sabendo que a soma dos seus quadrados é igual a 100.

07- Determine dois números na proporção de 3 para 5, sabendo que o segundo supera o primeiro em 60 unidades.

08- Um desenho representa um edifício de 14 metros de altura, ao lado de uma árvore. Se o desenho do edifício mede 4cm e o da árvore, 3cm, podemos concluir que a altura da árvore é
a) 10m b) 12m c) 10,5m d) 11,2m

09- Determine dois números na proporção de 2 para 7 sabendo que o dobro do primeiro mais o triplo do segundo resulta igual a 100.

10- Se uma torneira enche um reservatório de água com uma capacidade de cinco mil e quatrocentos litros à razão de 15 litros por minuto, quanto durará para encher completamente o reservatório?
a) Quatro horas b) Quatro horas e meia
c) Cinco horas d) Cinco horas e meia
e) Seis horas

11- Às 8 horas de certo dia, um tanque, cuja capacidade é de 2 000 litros, estava cheio de água; entretanto, um furo na base desse tanque fez com que a água por ele escoasse a uma vazão constante. Se às 14 horas desse mesmo dia o tanque estava com apenas 1.760 litros, então a água em seu interior se reduziu à metade às
a) 21 horas do mesmo dia. b) 23 horas do mesmo dia.
c) 4 horas do dia seguinte. d) 8 horas do dia seguinte.
e) 9 horas do dia seguinte.

12- O orgulho de um colecionador de carros é seu velho fusca que apresenta desempenho de 10km rodados por cada litro de gasolina, embora já tenha sofrido alguns “reparos” no tanque de

combustível. Como esse colecionador irá participar de uma feira de carros em outra cidade com seu fusca, vai até um posto de combustível e abastece o carro com exatamente 30,6 litros de gasolina. Mas, no momento em que o colecionador inicia a viagem, aparece um vazamento no tanque por onde escoa 0,1 litro de gasolina por hora. Sabendo-se que o colecionador pretende desenvolver uma velocidade constante de 50km/h durante a viagem, a distância máxima que o fusca irá percorrer, até esgotar toda a gasolina do tanque, será de
a) 300km b) 240 km c) 306km d) 280km

13- Uma determinada substância é composta de ouro e prata, na proporção de cinco partes de prata para cada uma de ouro. Para fabricar 54 gramas dessa substância, quantas gramas de ouro e de prata serão necessárias?

14- Duas pessoas ganharam comissões sobre vendas, sendo que uma delas recebeu R$450,00 a mais que a outra. Descubra qual é a comissão de cada uma, sabendo que elas estão na razão $\frac{4}{9}$.

15- Os salários de João e André estão entre si, assim como 7 está para 8. Calcular esses salários, sabendo que o triplo do salário de João menos o dobro do de André é de R$ 5.000,00.

16- Para usar certo tipo de tinta concentrada é necessário diluí-la em água na por porção de $3:2$ (proporção de tinta concentrada para água). Sabendo que foram comprados 9 litros dessa tinta concentrada, quantos litros de tinta serão obtidos após a diluição na por porção recomendada?

17- Um negociante pouco escrupuloso compra 450 litros de vinho a R$18,00 o litro e mistura um litro de água a cada 9 litros de vinho. Se o negociante pretende obter R$1.500,00 de lucro após a venda de toda a mistura, o preço de venda de cada litro dessa mistura, em reais, deverá ser:
a) 22,00 b) 21,30 c) 19,80 d) 20,10 e) 19,20

18- Um café é preparado e, logo depois, é servido em quatro xícaras, nas quais é colocado o mesmo tipo de açúcar. A primeira xícara recebe 50 ml de café e 2g de açúcar; a segunda, 72 ml de café e 3g de açúcar; a terceira, 92 ml de café e 4g de açúcar; a quarta, 123 ml de café e 5g de açúcar. O café se apresentará mais doce na:
a) Primeira xícara b) Segunda xícara
c) Terceira xícara d) Quarta xícara

19- O volume médio de água, em unidades de tempo, despejado por algumas das maiores quedas d'água do mundo é dado na tabela abaixo:

QUEDAS D'ÁGUA	VAZÃO
Cataratas Victória Zimbabue	$3.366.000\ m^3/h$
Cataratas do Iguaçu Brasil/Argentina	$1.756\ m^3/s$
Cataratas do Niágara Canadá/EUA	$60.000\ m^3/min$

Pode-se afirmar que a ordem crescente das vazões das cataratas é:
a) Iguaçu, Victória e Niágara. b) Victória, Niágara e Iguaçu.
c) Niágara, Victória e Iguaçu. d) Victória, Iguaçu e Niágara.
e) Iguaçu, Niágara e Victória.

20- Às 8 horas de certo dia, um tanque, cuja capacidade é de 2.000 litros, estava cheio de água; entretanto, um furo na base desse tanque fez com que a água por ele escoasse a uma vazão constante. Se às 14 horas desse mesmo dia o tanque estava com apenas 1.760 litros, então a água em seu interior se reduziu à metade às
a) 21 horas do mesmo dia b) 23 horas do mesmo dia

c) 4 horas do dia seguinte d) 8 horas do dia seguinte
e) 9 horas do dia seguinte

PROBABILIDADE

Introdução

Há certos fenômenos (ou experimentos) que, embora sejam repetidos muitas vezes e sob condições idênticas, não apresentam os mesmos resultados. Por exemplo, no lançamento de uma moeda perfeita, o resultado é imprevisível; não se pode determiná-lo antes de ser realizado. Aos fenômenos (ou experimentos) desse tipo damos o nome de fenômenos aleatórios (ou casuais).

Pelo fato de não sabermos o resultado exato de um fenômeno aleatório é que buscamos os resultados prováveis, as chances, as probabilidades de um determinado resultado ocorrer. A teoria das probabilidades é um ramo da Matemática que cria, elabora e pesquisa modelos para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios.

Espaço amostral

Em um experimento (ou fenômeno) aleatório, o conjunto formado por todos os resultados possíveis é chamado espaço amostral, que vamos indicar por U .

Exemplos:
1) No lançamento de uma moeda: $U = \{cara,\ \ coroa\}$
2) No lançamento de um dado: $U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$

Evento

Chama-se evento todo subconjunto de um espaço amostral.

Exemplos:
1) No lançamento de um dado, por exemplo, em relação à face voltada para cima, podemos ter os eventos:
- O número é par: $\{2,\ 4,\ 6\}$
- O número é menor que 5: $U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$
- O número é 8: $\{\ \}$

2) Uma urna contém 10 bolas numeradas de 1 a 10. Retira-se uma bola ao acaso e observa-se o número indicado. Descrever de forma explícita os seguintes conjuntos e dar o número de elementos cada um:
a) O espaço amostral U
b) O evento A: o número da bola é ímpar
c) O vento B: o número da bola é múltiplo de 3

Solução:
a) O conjunto de todos os resultados possíveis é representado pelo seguinte espaço amostral: $U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$. O número de elementos desse conjunto é $n(U) = 10$
b) Se o número da bola é ímpar, temos o evento: $A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$. O número de elementos desse conjunto é $n(A) = 5$

c) Se o número da bola é múltiplo de 3, temos o evento: $B = \{3,\ 6,\ 9\}$. O número de elementos desse conjunto é $n(B) = 3$

Evento complementar

Chama-se **evento complementar** de um evento A, e é representado por $\overline{A}$, o conjunto formado por todos os elementos do espaço amostral U que **não** pertencem ao evento A.

Exemplo
No lançamento de um dado temos o seu espaço amostral: $U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$.
Considere os eventos a seguir:

- O evento A: o número obtido é menor que 3
- O evento $\overline{A}$: o número obtido é maior ou igual a 3

Observe que os eventos $A = \{1,\ 2\}$ e $\overline{A} = \{3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ são complementares, pois, $A \cap \overline{A} = \{\ \}$ e $A \cup \overline{A} = U$.

Eventos mutuamente exclusivos

Dizemos que dois eventos A e B são **mutuamente exclusivos** quando a realização de um exclui a possibilidade de realização do outro.

Exemplo:
Uma urna contém 10 bolas numeradas de 1 a 10. Retira-se uma bola ao acaso e observa-se o número indicado. Descrever de forma explícita os seguintes eventos:

- O evento A: o número da bola é múltiplo de 3
- O evento B: o número da bola é múltiplo de 5

Temos que seu espaço amostral é $U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$.
Observe que os eventos $A = \{3,\ 6,\ 9\}$ e $B = \{5,\ 10\}$ são mutuamente exclusivos, pois, ao acontecer o evento A exclui-se a possibilidade de acontecer o evento B e, ao acontecer o evento B exclui-se a possibilidade de acontecer o evento A.

Probabilidade de um evento em um espaço amostral finito.

Dado um experimento aleatório, sendo U o seu espaço amostral, vamos admitir que todos os elementos de U tenham a mesma chance de acontecer, ou seja, que U é um conjunto equiprovável.

Chamamos de probabilidade de um evento A $(A \subset U)$ o número real $P(A)$, tal que: $P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$, onde: $n(A)$ é o número de elementos do conjunto A; e $n(U)$ é o número de elementos do conjunto U.
Em outras palavras,

$$P(A) = \frac{número\ \ de\ \ casos\ \ favoáveis}{número\ \ total\ \ de\ \ casos\ \ possíveis}.$$

Exemplo

No lançamento de dois dados, qual a probabilidade de a soma nos dois dados ser maior que 8?
Observe o espaço amostral U desse evento:

U = { (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6),
(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6),
(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6),
(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6),
(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6),
(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) }

Como U é um espaço equiprovável e $n(U)=36$, a probabilidade de cada evento simples é $\frac{1}{36}$.

Vamos chamar de E o evento "a soma nos dois dados é maior que 8".

E = { (3,6), (4,5), (4,6), (5,4), (5,5), (5,6),
(6,3), (6,4), (6,5), (6,6) }

$n(E)=10$.

A probabilidade do evento E é dada por: $P(E)=\frac{n(E)}{n(U)}=\frac{10}{36}$

Probabilidade do evento complementar

Sabemos que um evento pode ocorrer ou não. Sendo **p** a probabilidade de que ele ocorra (sucesso) e **q** a probabilidade de que ele não ocorra (insucesso), para um mesmo evento existe sempre a relação: $p+q=1 \Rightarrow q=1-p$. Em outra linguagem, a probabilidade de ocorrer um evento A "$P(A)$" pode ser calculada como $P(A)=1-P(\overline{A})$, onde $P(\overline{A})$ é a probabilidade de não ocorrer o evento A.

Probabilidade com reunião e intersecção de eventos de um mesmo espaço amostral

Sejam A e B dois eventos não-vazios de um mesmo espaço amostral U.

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$, onde $P(A\cup B)$ é a probabilidade de ocorrer o evento A ou B e $P(A\cap B)$ é a probabilidade de ocorrer o evento A e B, simultaneamente.

Probabilidade de eventos mutuamente exclusivos

Sabemos que dois eventos A e B são **mutuamente exclusivos** quando a realização de um exclui a realização do outro. Isto é, $A\cap B=\phi$

Assim, sendo A e B eventos mutuamente exclusivos, temos:

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

Probabilidade condicional

Se a probabilidade de ocorrência de um evento B interfere na probabilidade de ocorrência de um evento A, então dizemos que a probabilidade de A está condicionada à probabilidade de B e representamos por $P(A/B)$ - Lê-se: probabilidade de A dado B.

A/B Significa a ocorrência do evento A sabendo que o evento B já ocorreu ou que a ocorrência de B esteja garantida (os eventos A e B são dependentes).

$$P(A/B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}$$

Dividindo o numerador e o denominador por $n(U)$, temos:

$$P(A/B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{\frac{n(A \cap B)}{n(S)}}{\frac{n(B)}{n(S)}} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Portanto,

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Observe que $P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A/B)$.

Exemplo:
Numa caixa existem 9 cartões numerados de 1 a 9.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Retirando-se dois cartões, sucessivamente, sem reposição do primeiro, determine a probabilidade de que os dois números retirados sejam ímpares.

Solução:
Considerando os eventos:
A: sair número ímpar na primeira retirada
B: sair número ímpar na segunda retirada
B/A: sair número ímpar na segunda retirada, sabendo que na primeira retirada já saiu número ímpar.
Temos que a probabilidade de que o primeiro número retirado seja ímpar é:

$$P(A) = \frac{5}{9}$$

Por outro lado, a probabilidade de que o segundo número sorteado seja ímpar, sabendo-se que o primeiro foi ímpar, é:

$$P(B/A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Sabemos que:
$P(B/A) = \dfrac{P(B \cap A)}{P(A)}$, então $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$. Assim, a probabilidade de sair um número ímpar na primeira retirada **e** na segunda retirada é:

$$P(A \cap B) = \frac{5}{9} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{18}$$

Eventos independentes

Dois eventos “A e B” são chamados independentes quando a probabilidade de ocorrência de um deles não interfere na probabilidade de ocorrência do outro, ou seja:

$$P(B/A) = P(B) \quad ou \quad P(A/B) = P(A)$$

Se A e B são eventos independentes, então a probabilidade de ocorrência de A e B será:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Exemplos:

1º- Lançando-se uma moeda três vezes, qual a probabilidade de se obter:
a) Cara no segundo lançamento?
b) Cara no segundo lançamento, sabendo-se que no primeiro lançamento ocorreu coroa?
Resolução:

Representando por C a ocorrência de *cara* e por K a ocorrência de *coroa*, temos o seguinte espaço amostral:

$U = \left\{ \begin{matrix} (C,C,C),(C,C,K),(C,K,C),(C,K,K), \\ (K,C,C),(K,C,K),(K,K,C),(K,K,K) \end{matrix} \right\}$ e

$n(U) = 8$.

a) Seja B o evento "ocorrência de *cara* no segundo lançamento", isto é:

$B = \{(C,C,C),(C,C,K),(K,C,C),(K,C,K)\}$ e $n(U) = 4$

Logo: $P(B) = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$

b) Seja B o evento "ocorrência de *cara* no segundo lançamento", A o evento "ocorrência de *coroa* no primeiro lançamento" e B/A o evento "ocorrência de *cara* no segundo lançamento, sabendo-se que no primeiro lançamento ocorreu *coroa*".

A informação "sabendo-se que no primeiro lançamento ocorreu *coroa*" altera o espaço amostral, isto é, o espaço amostral passa a ser o evento A e, para que ocorra o evento B/A, os elementos de B devem pertencer a A, ou seja:

$A = \{(K,C,C),(K,C,K),(K,K,C),(K,K,K)\}$ e $n(A) = 4$.

$B/A = \{(K,C,C),(K,C,K)\}$ e $n(B/A) = 2$; logo:

$P(B/A) = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$. Portanto $P(B) = \dfrac{1}{2}$

Note, por meio dos itens a e b, que os eventos são independentes, $P(B/A) = P(B)$, isto é, a ocorrência de *coroa* no primeiro lançamento não interfere na probabilidade de ocorrer *cara* no segundo lançamento.

2º- Em uma urna temos 6 bolas brancas e 4 bolas amarelas. São retiradas duas bolas, uma após a outra, com reposição. Qual é a probabilidade de as duas retiradas resultarem em bolas brancas?

Resolução:

Considerando os eventos:

A: sair bola branca na primeira retirada

B: sair bola branca na segunda retirada

B/A: sair bola branca na segunda retirada, sabendo que na primeira retirada já saiu bola branca.

Temos que a probabilidade de que a primeira bola seja branca é:

$P(A) = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$

Como houve a reposição da primeira bola retirada da urna, a probabilidade de que a segunda bola seja branca, após a retirada da primeira bola, não será afetada pela ocorrência de A.

$P(B/A) = P(B) = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$

Isso significa que os eventos A e B são independentes. Logo, teremos:

$P(B/A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$, então $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$. Assim, a probabilidade de sair bola branca na primeira retirada **e** na segunda retirada é:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$$
$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$
$$P(A \cap B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

Espaço amostral não-equiprovável

Sabemos que num experimento aleatório qualquer, em que U seja seu espaço amostral, dizemos que U é um espaço amostral **equiprovável** se todos os eventos do experimento tiverem a mesma probabilidade de ocorrer. Caso contrário, dizemos que o espaço amostral é **não-equiprovável**.

QUESTÕES DE PROBABILIDADE

Probabilidade de um evento em um espaço amostral finito.

01- Considere uma área muito visitada do MCT - Museu de Ciências e Tecnologia da PUCRS -, relacionada a interações vivas. Em um recipiente existem 12 aranhas, das quais 8 são fêmeas. A probabilidade de se retirar uma aranha macho para um experimento é

a) 4 b) 1/4 c) 1/3 d) 1/2 e) 2/3

02- Uma empresa fabricante de aparelhos que tocam músicas no formato MP3 efetuou um levantamento das vendas dos modelos que ela produz. Um resumo do levantamento é apresentado na tabela abaixo.

Modelo	Preço (R$)	Aparelhos vendidos (milhares)
A	150	78
B	180	70
C	250	52
D	320	36

Em face dos ótimos resultados obtidos nas vendas, a empresa resolveu sortear um prêmio entre seus clientes. Cada proprietário de um aparelho da empresa receberá um cupom para cada R$ 100,00 gastos na compra, não sendo possível receber uma fração de cupom. Supondo que cada proprietário adquiriu apenas um aparelho e que todos os proprietários resgataram seus cupons, calcule o número total de cupons e a probabilidade de que o prêmio seja entregue a alguma pessoa que tenha adquirido um aparelho com preço superior a R$ 300,00.

03- No lançamento de um dado perfeito, qual é a probabilidade de sair número maior do que 4?

04- Numa urna existem 20 bolas numeradas de 1 a 20. Sorteando-se uma bola, ao acaso, qual é a probabilidade, em porcentagem, de que o número da bola sorteada seja:
a) par?
b) divisível por 3?
c) maior que 8?
d) múltiplo de 4?

05- A probabilidade de uma bola branca aparecer ao se retirar uma única bola de uma urna contendo 4 bolas brancas, 3 vermelhas e 5 azuis, é:
a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{1}{9}$

06- No lançamento de duas moedas, a probabilidade de se obter pelo menos uma coroa é:
a) 50% b) 90% c) 25% d) 75% e) 40%

07- No lançamento simultâneo de dois dados, determine a probabilidade dos seguintes eventos:
a) Os números são iguais
b) A soma dos números é igual a 9
c) A soma dos pontos obtidos é menor que 4
d) A soma dos pontos é 8 e um dos dados apresenta 6 pontos

08- Dois dados cúbicos, não viciados, com faces numeradas de 1 a 6, serão lançados simultaneamente. A probabilidade de que sejam sorteados dois números consecutivos, cuja soma seja um número primo, é de
a) $\frac{2}{9}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{4}{9}$ d) $\frac{5}{9}$ e) $\frac{2}{3}$

09- No último dia das férias escolares, Laís e Lorena estão indecisas entre ir ao clube ou ao cinema. Para decidir qual passeio elas farão, resolvem lançar um dado honesto duas vezes, anotando os resultados x e y das faces voltadas para cima. Se o produto de x com y for 12 ou 18, elas irão ao clube, caso contrário, irão ao cinema. Sendo assim, a probabilidade de elas irem ao clube é
a) superior a 18% e inferior a 19%
b) superior a 17% e inferior a 18%
c) inferior a 17%
d) superior a 19% e inferior a 20%

10- Considere o lançamento de três dados comuns.
a) Qual é a probabilidade de que a soma dos valores sorteados seja igual a 5?
b) Qual é a probabilidade de que os três números sorteados sejam diferentes?

11- De um total de 500 estudantes da área de exatas, 200 estudam Cálculo Diferencial e 180 estudam Álgebra Linear. Esses dados incluem 130 estudantes que estudam ambas as disciplinas. Qual é a probabilidade de que um estudante escolhido aleatoriamente esteja estudando Cálculo Diferencial ou Álgebra Linear?
a) 0,26 b) 0,50 c) 0,62 d) 0,76 e) 0,80

12- Um marceneiro pintou de azul todas as faces de um bloco maciço de madeira e, em seguida, dividiu-o totalmente em pequenos cubos de 10 cm de aresta. Considerando que as dimensões do bloco eram 140 cm por 120 cm por 90 cm, então a probabilidade de se escolher aleatoriamente um dos cubos obtidos após a divisão e nenhuma de suas faces estar pintada de azul é
a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{5}{9}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{5}{6}$ e) $\frac{8}{9}$

13- De um grupo de alunos dos períodos noturno, vespertino e matutino de um colégio (conforme tabela) será sorteado o seu representante numa gincana. Sejam p_n , p_v e p_m as probabilidades de a escolha recair sobre um aluno do noturno, do vespertino e do matutino, respectivamente.

Nº de alunos	Período
3	noturno
5	vespertino
x	matutino

Calcule o valor de x para que se tenha $p_m = \frac{2}{3}$.

14- Uma caixa contém bolas azuis, brancas e amarelas, indistinguíveis a não ser pela cor. Na caixa existem 20 bolas brancas e 18 bolas azuis. Retirando–se ao acaso uma bola da caixa, a probabilidade de ela ser amarela é $\frac{1}{3}$. Então, o número de bolas amarelas é

a) 18 b) 19 c) 20 d) 21 e) 22

15- Um saco continha 20 bolas, entre brancas e azuis. Desse modo, havia uma probabilidade p de se retirar ao acaso 1 bola azul. Foram retiradas 2 bolas ao acaso e verificou-se que uma era azul e a outra, branca. A probabilidade de se tirar ao acaso 1 bola azul passou a ser de $p-\frac{1}{36}$. O número inicial de bolas azuis no saco era

a) 15 b) 12 c) 8 d) 5 e) 2

16- Uma criança guarda moedas de R$ 1,00 e de R$ 0,50 em duas caixas, uma verde e outra amarela. Na caixa amarela, há, exatamente, 12 moedas de R$ 1,00 e 15 moedas de R$ 0,50. Admita que, após a transferência de n moedas de R$ 1,00 da caixa verde para a amarela, a probabilidade de se retirar ao acaso uma moeda de R$ 1,00 da caixa amarela seja igual a 50%. Calcule o valor de n.

17- Em uma urna há 10 cartões, cada qual marcado com apenas um dos números: 2, 5, 6, 7, 9, 13, 14, 19, 21 e 24. Para compor uma potência, devem ser sorteados sucessivamente e sem reposição dois cartões: no primeiro o número assinalado deverá corresponder à base da potência e no segundo, ao expoente. Assim, a probabilidade de que a potência obtida seja equivalente a um número par é de

a) 45% b) 40% c) 35%
d) 30% e) 25%

Probabilidade do evento complementar

18- No lançamento simultâneo de dois dados honestos, a probabilidade de não sair soma 5, é igual a:

a) $\frac{8}{9}$ b) $\frac{4}{9}$ c) $\frac{1}{9}$ d) $\frac{5}{6}$ e) $\frac{5}{9}$

Probabilidade com reunião e intersecção de eventos

19- Dentro de uma urna existem 8 bolas amarelas numerados de 1 a 8 e 5 bolas verdes numeradas de 1 a 5. Sabendo que as bolas diferenciam apenas pela cor e pelo seu número, determine a probabilidade de que uma bola sorteada ao acaso seja de número par ou verde.

20- Considere o conjunto $X=\{n\in N/15\le n\le 64\}$. Escolhendo-se, ao acaso, um elemento de X, a probabilidade de ele ser um múltiplo de 3 ou de 5 é:

a) 48% b) 46% c) 44% d) 42%

21- Na tabela abaixo, temos o número de jogadores de uma cidade por modalidade de esporte e por sexo.

Modalidade \ Sexo	Masculino	Feminino
Vôlei	120	280
Futebol	500	100

Ao escolher, ao acaso, um desses jogadores, a probabilidade de o jogador escolhido ser homem ou jogar futebol será representada por m_1 e a probabilidade de o jogador escolhido ser mulher e jogar vôlei será representada por m_2. Pode-se, então, concluir que
a) $m_1 = 62\%$ e $m_2 = 38\%$. b) $m_1 = 68\%$ e $m_2 = 28\%$.
c) $m_1 = 72\%$ e $m_2 = 28\%$. d) $m_1 = 58\%$ e $m_2 = 70\%$.

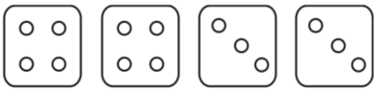
<u>Probabilidade de eventos mutuamente exclusivos</u>

22- No lançamento de um dado perfeito, qual é a probabilidade de sair o número 6 ou número ímpar?

23- Jogando-se dois dados qual a probabilidade de que a soma dos pontos obtidos seja 4 ou 5?

<u>Probabilidade condicional</u>

24- Quatro dados convencionais honestos foram lançados.
a) Liste todas as possibilidades distintas para o resultado da soma dos números obtidos no lançamento, sabendo-se que o produto dos números obtidos foi 144.
b) Dentre as possibilidades de o produto dos números ser 144, e independentemente da ordem dos dados, calcule a probabilidade da seguinte ocorrência:



25- Uma concessionária A tem em seu estoque 25 carros de um modelo B. A tabela abaixo divide os 25 carros disponíveis em tipo de motor e cor.

Motor	Cor			
	Branca	Preta	Prata	Vermelha
1.0	2	2	5	1
1.6	1	1	4	1
2.0	2	2	3	1

Um carro do modelo B foi comprado nessa concessionária. Dado que esse carro é de cor prata, qual a probabilidade que seu motor seja 1.0?
a) $\frac{5}{12}$ b) $\frac{5}{10}$ c) $\frac{5}{25}$ d) $\frac{5}{22}$ e) $\frac{5}{6}$

26- **(ESAF – STN/2008)** Marco estuda em uma universidade na qual, entre as moças de cabelos loiros, 18 possuem olhos azuis e 8 possuem olhos castanhos; entre as moças de cabelos pretos, 9 possuem olhos azuis e 9 possuem olhos castanhos; entre as moças de cabelos ruivos, 4 possuem olhos azuis e 2 possuem olhos castanhos. Marisa seleciona aleatoriamente uma dessas moças para apresentar para seu amigo Marco. Ao encontrar com Marco, Marisa informa que a moça selecionada possui olhos castanhos. Com essa informação, Marco conclui que a probabilidade de a moça possuir cabelos loiros ou ruivos é igual a:
a) 0 b) $\frac{10}{19}$ c) $\frac{16}{19}$ d) $\frac{1}{5}$ e) $\frac{5}{16}$

27- Maria ganhou de João nove pulseiras, quatro delas de prata e cinco delas de ouro. Maria ganhou de Pedro onze pulseiras, oito delas de prata e três delas de ouro. Maria guarda todas essas pulseiras – e apenas essas – em sua pequena caixa de jóias. Uma noite, arrumando-se apressadamente para ir ao cinema com João, Maria retira, ao acaso, uma pulseira de sua pequena caixa de jóias. Ela vê, então, que retirou uma pulseira de prata. Levando em conta tais informações, a probabilidade de que a pulseira de prata que Maria retirou seja uma das pulseiras que ganhou de João é igual a:

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{9}{20}$ d) $\frac{4}{5}$ e) $\frac{3}{5}$

28- Num sorteio, concorrem 50 bilhetes com números de 1 a 50. Sabe-se que o bilhete sorteado é múltiplo de 5. A probabilidade de o número sorteado ser 25 é de:
a) 15% b) 5% c) 10% d) 30% e) 20%

29- Em determinado hospital, no segundo semestre de 2007, foram registrados 170 casos de câncer, distribuídos de acordo com a tabela abaixo:

	Câncer de pulmão		Outros tipos de câncer	Total
	fumante	não-fumante		
Homem	54	6	40	100
Mulher	45	5	20	70

A probabilidade de uma dessas pessoas, escolhida ao acaso, ser mulher, sabendo-se que tem câncer de pulmão, é:
a) $\frac{5}{11}$ b) $\frac{7}{17}$ c) $\frac{6}{17}$ d) $\frac{3}{11}$

30- Um dado convencional e honesto foi lançado três vezes. Sabendo que a soma dos números obtidos nos dois primeiros lançamentos é igual ao número obtido no terceiro lançamento, a probabilidade de ter saído um número 2 em ao menos um dos três lançamentos é igual a
a) $\frac{91}{216}$ b) $\frac{7}{15}$ c) $\frac{8}{15}$ d) $\frac{7}{12}$ e) $\frac{3}{5}$

31- Duas máquinas A e B produzem juntas 5 000 peças em um dia. A máquina A produz 2 000 peças, das quais 2% são defeituosas. A máquina B produz as restantes 3 000 peças, das quais 3% são defeituosas. Da produção total de um dia, uma peça é escolhida ao acaso e, examinando-a, constatou-se que ela é defeituosa. Qual é a probabilidade de que essa peça escolhida tenha sido produzida pela máquina A?

32- **(ESAF – BACEM)** Uma empresa fabrica motores a jato em duas fábricas A e B. Um motor é escolhido ao acaso de um lote de produção. Nota-se que o motor apresenta defeitos. De observações anteriores a empresa sabe que 2% e 3% são as taxas de motores fabricados com algum defeito em A e B, respectivamente. Sabendo-se que a fábrica A é responsável por 40% da produção, assinale a opção que dá a probabilidade de que o motor escolhido tenha sido fabricado em A.
a) 0,400 b) 0,030 c) 0,012 d) 0,308 e) 0,500

33- **(ESAF – SFC/2002)** Há apenas dois modos, mutuamente excludentes, de Ana ir para o trabalho: ou de carro ou de metrô. A probabilidade de Ana ir de carro é de 60% e de ir de metrô é de 40%. Quando ela vai de carro, a probabilidade de chegar atrasada é de 5%. Quando ela vai de metrô a probabilidade de chegar atrasada é de 17,5%. Em um dado dia, escolhido aleatoriamente, verificou-se que Ana chegou atrasada ao seu local de trabalho. A probabilidade de ela ter ido de carro nesse dia é:
a) 10% b) 30% c) 40%
d) 70% e) 82,5%

34- Lança-se um par de dados não viciados. Se a soma nos dois dados é 8, então a probabilidade de ocorrer a face 5, em um deles é:
a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{4}{5}$ d) $\frac{1}{5}$

Eventos independentes

35- Um dado é lançado duas vezes. Qual a probabilidade de saírem números menores que 3 nos dois lançamentos?

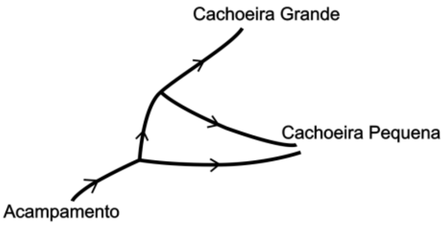
36- Uma moeda é lançada 4 vezes.
a) Qual a probabilidade de sair 4 coroas?
b) Qual a probabilidade de sair pelo menos uma cara?

37- Uma urna contém 8 bolas, das quais três são vermelhas e as restantes são brancas. Qual a probabilidade de retirando-se duas bolas sucessivamente, sem reposição, obtermos a 1ª vermelha e a 2ª branca?

38- Uma urna contém 6 bolas vermelhas e 4 brancas. Três bolas são sucessivamente sorteadas, sem reposição. A probabilidade de observarmos 3 bolas brancas é:
a) $\frac{1}{15}$ b) $\frac{1}{20}$ c) $\frac{1}{25}$ d) $\frac{1}{30}$ e) $\frac{1}{35}$

39- Uma caixa tem quarenta tampinhas, sendo dez verdes e trinta vermelhas. São retiradas duas tampinhas, sucessivamente. Qual a probabilidade de a primeira ser verde e a segunda ser vermelha, em um sorteio, sem reposição?
a) $\frac{5}{26}$ b) $\frac{3}{16}$ c) $\frac{10}{13}$ d) $\frac{5}{52}$

40- Dois jovens partiram, do acampamento em que estavam, em direção à Cachoeira Grande e à Cachoeira Pequena, localizadas na região, seguindo a trilha indicada neste esquema:



Em cada bifurcação encontrada na trilha, eles escolhiam, com igual probabilidade, qualquer um dos caminhos e seguiam adiante. Então, é CORRETO afirmar que a probabilidade de eles chegarem à Cachoeira Pequena é
a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{5}{6}$

41- Um recipiente contém 4 balas de hortelã, 5 de morango e 3 de anis. Se duas balas forem sorteadas sucessivamente e sem reposição, a probabilidade de que sejam de mesmo sabor é:
a) $\frac{18}{65}$ b) $\frac{19}{66}$ c) $\frac{20}{67}$ d) $\frac{21}{68}$ e) $\frac{22}{69}$

42- Para uma partida de futebol, a probabilidade de o jogador R não ser escalado é 0,2 e a probabilidade de o jogador S ser escalado é 0,7. Sabendo que a escalação de um deles é independente da escalação do outro, a probabilidade de os dois jogadores serem escalados é:
a) 0,06. b) 0,14. c) 0,24. d) 0,56. e) 0,72.

43- Os times X e Y disputam um jogo nos pênaltis. A probabilidade de o goleiro do time X defender o pênalti é 1/8, e a probabilidade de o goleiro do time Y defender o pênalti é 1/5. Se cada time terá direito a um pênalti, qual a probabilidade de exatamente um dos goleiros defender o pênalti, e, assim, vencer o time do goleiro que defendeu o pênalti?
a) 1/4 b) 11/40 c) 13/40 d) 7/20 e) 3/8

44- Em uma população de aves, a probabilidade de um animal estar doente é 1/25. Quando uma ave está doente, a probabilidade de ser devorada por predadores é 1/4, e, quando não está doente, a probabilidade de ser devorada por predadores é 1/40. Portanto, a probabilidade de uma ave dessa população, escolhida aleatoriamente, ser devorada por predadores é de:
a) 1,0%. b) 2,4%. c) 4,0%. d) 3,4%. e) 2,5%.

45- Terminado o 1º turno do Campeonato Brasileiro do corrente ano, dois times cariocas corriam risco de rebaixamento para a 2ª divisão. Segundo estudos divulgados pela imprensa, o Fluminense tinha 90% de probabilidade de cair e, o Botafogo, 40%. De acordo com esta estimativa – considerando-se os eventos independentes – a probabilidade de que, pelo menos, um desses times venha a ser rebaixado é:
a) 0,36 b) 0,65 c) 0,94 d) 0,98 e) 1

46- Um jogador de basquete cuja média de aproveitamento nos lances livres é 60% está posicionado para a cobrança de dois lances livres. Qual a probabilidade de o jogador acertar somente o primeiro lance?
a) 40% b) 36% c) 32% d) 28% e) 24%

47- Suponha que a probabilidade de um determinado time vencer é de 0,6, de perder é de 0,3 e de empatar é de 0,1. Se o time jogar duas vezes, qual a probabilidade de ele vencer pelo menos uma vez?
a) 0,80 b) 0,82 c) 0,84 d) 0,86 e) 0,88

48- Há apenas dois modos de Cláudia ir para o trabalho: de ônibus ou de moto. A probabilidade de ela ir de ônibus é 30% e, de moto, 70%. Se Cláudia for de ônibus, a probabilidade de chegar atrasada ao trabalho é 10% e, se for de moto, a probabilidade de se atrasar é 20%. A probabilidade de Cláudia não se atrasar para chegar ao trabalho é igual a:
a) 30% b) 80% c) 70%
d) 67% e) 83%

49- Um juiz de futebol possui três cartões no bolso. Um é todo amarelo, o outro é todo vermelho e o terceiro é vermelho de um lado e amarelo do outro. Num determinado jogo, o juiz retira, ao acaso, um cartão do bolso e mostra, também ao acaso, uma face do cartão a um jogador. Assim, a probabilidade de a face que o juiz vê ser vermelha e de a outra face, mostrada ao jogador, ser amarela é igual a:
a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{4}{5}$ e) $\frac{5}{6}$

50- Quatro meninas e cinco meninos concorreram ao sorteio de um brinquedo. Foram sorteadas duas dessas crianças ao acaso, em duas etapas, de modo que quem foi sorteado na primeira etapa não concorria ao sorteio na segunda etapa. A probabilidade de ter sido sorteado um par de crianças de sexo diferente é:
a) $\frac{5}{9}$ b) $\frac{4}{9}$ c) $\frac{5}{8}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{5}{18}$

ESTATÍSTICA DESCRITIVA

I. Introdução.

De origem muito antiga, a Estatística teve durante séculos um caráter meramente *descritivo* e de *registro de ocorrências*. As primeiras atividades datam de cerca de 2000 a.C. e referem-se a iniciativas como o recenseamento das populações agrícolas chinesas.

O que modernamente se conhece como Ciências Estatística, ou simplesmente Estatísticas, é um conjunto de técnicas e métodos de pesquisa que, entre outros tópicos, envolve o planejamento do experimento a ser realizado, a coleta qualificada dos dados, a inferência e o processamento e análise das informações

Grande parte das informações divulgadas pelos meios de comunicação atual provém de pesquisas e estudos estatísticos.

Utilizando hoje os poderosos meios da Informática, a Estatística tem sido fundamental para o desenvolvimento da Economia, da Medicina, da Física, da Psicologia, da Lingüística etc.

Estatística é um ramo da Matemática Aplicada. A palavra Estatística provém da palavra latino Status e é usada em dois sentidos:

ESTATÍSTICAS (no plural) referem-se a dados numéricos e são informações sobre determinados assuntos, coisas, grupos de pessoas etc... obtidas por um pesquisador.

ESTATÍSTICA (no singular) significa o conjunto de métodos usados na condensação, análises e interpretações de dados numéricos.

Por meio das análises feitas a partir de dados organizados podemos, em muitos casos, fazer previsões, determinar tendências, auxiliar na tomada de decisões e, portanto, elaborar um planejamento com mais precisão.

Iniciando nosso estudo em Estatística, vamos definir alguns conceitos importantes.

II. População.

A Estatística parte da observação de grupos, geralmente numerosos, aos quais damos o nome de *população* ou *universo estatístico*.

Cada elemento da população estudada é denominado *unidade estatística*. Veja:

população estatística	unidade estatística
Clubes campeões paulistas de futebol	Cada clube campeão paulista de futebol

Quando o universo estatístico é infinito, não é possível fazer uma observação que abranja todos os seus elementos. Nesse caso, recorre-se a um subconjunto do universo estudado que chamamos de *amostra*. Mesmo quando o universo é finito, há razões que nos levam à utilização da técnica de amostragem.

III. Amostra

Quando o universo estatístico possui um número muito grande de elementos e/ou não é possível colher informações com todos, usa-se um subconjunto desse universo chamado **amostra**.

IV. Variável

A observação da população é dirigida ao estudo de uma dada *propriedade* ou *característica* dos elementos dessa população. Essa característica pode ser:

Qualitativa:

Se os valores tomados não são numéricos, como: raça, área de estudos, meio de transporte etc.

Quantitativa:

Se os valores tomados são numéricos, como a altura, o peso, o preço de um produto etc.

Uma característica quantitativa também se chama *variável estatística* ou simplesmente *variável*. Cada valor que essa variável pode assumir chama-se *dado estatístico*.

As variáveis estatísticas podem ser:

Contínuas:
Quando podem assumir qualquer valor do intervalo da variação. Por exemplo, na determinação das alturas dos adolescentes de uma escola, a variável "altura" é *contínua*.

Discretas:
Quando só podem assumir valores inteiros. Por exemplo, na determinação do número de sócios de certo clube, a variável "número de sócios" é *discreta*.

V. <u>Dados brutos</u>
É o conjunto dos dados numéricos obtidos e que estão desorganizados.
Exemplo: A partir de uma lista de chamada, em ordem alfabética, obteve-se o conjunto de alturas, em cm, de 20 estudantes:

168	168	163	164	160	160
164	166	169	169	166	168
162	165	165	164	168	166
161	168				

VI. <u>Rol</u>
É o arranjo dos dados brutos em ordem crescente (ou decrescente). No exemplo apresentado, temos o seguinte *rol*:

160	160	161	162	163	164
164	164	165	165	166	166
166	168	168	168	168	168
169	169				

VII. <u>Amplitude total (H)</u>
É a diferença entre o maio e o menor dos valores observados. No exemplo apresentado $H = 169 - 160 = 9$

VIII. <u>Tabelas de freqüência</u>
O primeiro procedimento que possibilita uma leitura mais resumida dos dados é a construção de tabelas de freqüência.
Para cada variável estudada, contamos o número de vezes que ocorre cada um de seus valores (ou realizações). O número obtido é chamado *<u>freqüência absoluta</u>* e é indicado por n_i (cada valor assumido pela variável aparece um determinado número de vezes, o que justifica o uso do índice i).
Em geral, quando os resultados de uma pesquisa (ou estudo) são divulgados em jornais e revistas, os valores referentes à freqüência absoluta aparecem acompanhados do *<u>número total</u>* de valores colhidos, a fim de tornar a análise mais significativa.
Definimos, então, para cada valor assumido por uma variável, a *<u>freqüência relativa</u>* (f_i) como a razão entre a freqüência absoluta (n_i) e o número total de dados (n), isto é:

$$f_i = \frac{n_i}{n}$$

Exemplos.
❖ A entidade representativa dos moradores de um bairro queria traçar um perfil dos freqüentadores de um parque ali situado. Uma equipe de pesquisa de rua, contratada para realizar o trabalho, elaborou questões a fim de reunir as informações procuradas. Numa manhã de quarta-feira, 20

pessoas foram entrevistadas e cada uma respondeu a questões para identificar o seu estado civil e o tempo de permanência no parque. Os resultados são mostrados nas tabelas a seguir:

Estado civil	Tempo de permanência
casado	30 min
solteiro	35 min
viúva	2h 50 min
separado	45 min
solteira	1 h
solteira	1h 20 min
solteiro	45 min
casado	2h 15 min
separado	1h 30 min
casada	45 min
solteiro	1h 40 min
casada	1h 15 min
casado	1 h
casado	1h 30 min
solteira	2 h
viúvo	30 min
solteira	2h 30 min
casado	50 min
separada	40 min
casado	2h 45 min

➢ Para a variável estado civil da tabela anteriormente apresentada, construímos a seguinte tabela de freqüência:

Estado civil	Frequência abasoluta (n_i)	Frequência relativa (f_i)	Porcentagem
Separado	3	$\frac{3}{20} = 0{,}15$	15%
Solteiro	7	$\frac{7}{20} = 0{,}35$	35%
Casado	8	$\frac{8}{20} = 0{,}40$	40%
Viúvo	2	$\frac{2}{20} = 0{,}10$	10%
Total	20	1,0	100%

Dos 20 entrevistados, encontramos os seguintes resultados para a freqüência absoluta assumidos pela variável estado civil:

- Separado $(n_1 = 3)$;
- Solteiro $(n_2 = 7)$;
- Casado $(n_3 = 8)$;
- Viúvo $(n_4 = 2)$;

Note que:

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = \sum_{i=1}^{4} n_i = 20$$

Em alguns casos, porém, pode ocorrer que os valores assumidos por uma variável pertençam a determinado intervalo real, não havendo praticamente repetição (coincidência) de valores. Isso ocorre com a variável, tempo de permanência no parque, que tem seus valores variando no intervalo $30 \vdash 180$. Nesse caso construímos uma tabela de freqüência em que os dados estarão agrupados em classes (ou intervalos) de valores.

Observações:

1º- Vamos convencionar que cada intervalo construído é fechado à esquerda e aberto à direita, isto é, a notação $a \vdash b$ refere-se ao intervalo real que inclui a e não inclui b, isto é: $a \vdash b = \{x \in R : a \leq x < b\}$.

2º- A amplitude do intervalo $a \vdash b$ é dada pela diferença $b - a$.

3º- Não há regras fixas para a construção dos intervalos usados para agrupar as informações a partir dos dados brutos. Dependendo da natureza dos dados, podemos ter um número maior ou menor de classes. Recomenda-se, no entanto, sempre que possível, construir classes de <u>*mesma amplitude*</u>. Além disso, convém evitar classes de amplitude muito grande ou muito pequena, a fim de que a análise não fique comprometida.

➢ Para a variável, tempo de permanência no parque, construímos uma tabela de freqüência em que as informações estão agrupadas em intervalos de amplitude igual a 30.

Tempo de permanência (em minutos)	Frequência abasoluta (n_i)	Frequência relativa (f_i)	Porcentagem
$30 \vdash 60$	8	$\frac{8}{20} = 0{,}40$	40%
$60 \vdash 90$	4	$\frac{4}{20} = 0{,}20$	20%
$90 \vdash 120$	3	$\frac{3}{20} = 0{,}15$	15%
$120 \vdash 150$	2	$\frac{2}{20} = 0{,}10$	10%
$150 \vdash 180$	3	$\frac{3}{20} = 0{,}15$	15%
Total	20	1,0	100%

❖ Um radar, instalado num trecho de uma rodovia, registrou as velocidades de 50 veículos. As velocidades, em quilômetros por hora, estão indicadas neste quadro:

62	123	95	123	81
123	60	72	86	108
109	84	121	60	128
77	91	51	100	63
104	107	63	117	116
69	116	82	95	72
94	84	123	52	90
100	79	101	98	110
79	92	73	83	74
125	56	86	98	76

Se tentássemos elaborar o quadro de distribuição de freqüências utilizando esses dados, pouco ou nada poderíamos concluir, pois eles são muito diferentes. Nesses casos, é interessante agrupá-los em *classes de intervalos*, escolhendo-se, convenientemente, a *amplitude* dos intervalos.

No exemplo, podemos agrupar as velocidades em intervalos de amplitude 10. Como o menor valor é 51 km/h, a primeira classe será $50 \vdash 60$.

Obtemos, assim, o seguinte quadro de freqüências:

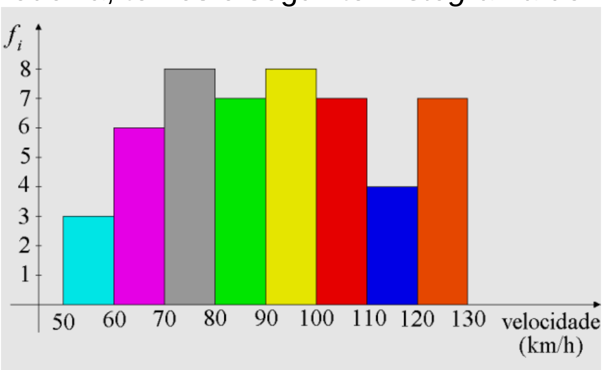
Classe	velocidade (km/h)	f_i	f_{ia}	f_r	f_{ra}
1	**50 ⊢ 60**	3	3	6 %	6 %
2	60 ⊢ 70	6	9	12 %	18 %
3	**70 ⊢ 80**	8	17	16 %	34 %
4	80 ⊢ 90	7	24	14 %	48 %
5	**90 ⊢ 100**	8	32	16 %	64 %
6	100 ⊢ 110	7	39	14 %	78 %
7	**110 ⊢ 120**	4	43	8 %	86 %
8	120 ⊢ 130	7	50	14 %	100 %

A velocidade máxima permitida no referido trecho da estrada é 90 km/h e há uma tolerância. Os veículos são multados a partir de 100 km/h. Quantos por cento desses veículos foram multados? Observando a tabela, tem-se que 18 veículos foram multados. Observando a coluna da direita e fazendo $100\% - 64\% = 36\%$ do total registrado, ou $\frac{18}{50} = 0{,}36 \rightarrow 36\%$.

Observação:

O ponto que divide o intervalo de classe em duas partes iguais é denominado ponto médio do intervalo. Por exemplo, a velocidade dos veículos na quinta classe **90 ⊢ 100** pode ser representada por: $n_5 = \dfrac{90+100}{2} = 95 \quad km/h$.

Considerando a distribuição de freqüências das velocidades dos 50 veículos examinados na rodovia, temos o seguinte *Histograma de freqüências* a seguir:



Observe que sobre cada um dos intervalos foi construído um retângulo de área proporcional à freqüência absoluta respectiva.

<u>**Freqüência relativa de classe**</u>

Chama-se *freqüência relativa de classe* “ f_r ” do valor n_i da variável o quociente entre a freqüência absoluta “ f_i ” e o número de elementos n da amostra, ou seja: $f_r = \dfrac{f_i}{n}$. Observa-se que a freqüência relativa “ f_r ” é dada na forma de porcentagem, ela torna mais clara a análise de certos dados.

QUESTÕES DE ESTATÍSTICA – PARTE I

01- A massa (em quilogramas) de 20 trabalhadores de uma empresa com 100 funcionários está registrada a seguir:

65	52	73	80	65	50	70	75	80	65
70	77	82	91	75	52	68	86	70	80

Com base nos dados obtidos, responda:
a) Qual a população e a unidade estatística dessa pesquisa?
b) Qual é a sua amostra?
c) Qual é a variável nessa pesquisa? Ela é discreta ou contínua?
d) Que freqüência absoluta tem o valor 65 kg?
e) Que freqüência relativa tem o valor 65 kg?

02- Um dado foi jogado 20 vezes. Em cada jogada foram obtidos os seguintes pontos:

1	5	6	5	2	2	2	4	6	5
2	3	3	1	6	6	5	5	4	2

a) Elabore uma tabela com distribuição de freqüências absolutas, freqüências absolutas acumuladas, freqüências relativas e freqüências relativas acumuladas.
b) Quantas vezes o número obtido no dado foi menor que 5?
c) Qual o índice, em porcentagem, em que o número 6 foi obtido no dado?
d) Qual o índice, em porcentagem, em que números maiores que 4 foram obtidos no dado?

03- A editora de uma revista de moda resolveu fazer uma pesquisa sobre a idade de suas leitoras. Para isso selecionou, aleatoriamente, uma amostra de 25 leitoras. As idades que constaram da amostra foram:
19, 20, 21, 20, 19, 20, 19, 20, 21, 21, 21, 22, 20, 21, 22, 22, 23, 19, 20, 21, 21, 23, 20, 21, 19.

Considerando as informações dadas, complete a tabela de freqüências absoluta (f) e relativa (f_r) a partir dos dados acima:

Idade	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
Total		

04- Em uma pesquisa socioeconômica sobre itens de conforto, perguntou-se a cada um dos 800 entrevistados: Quantos aparelhos de TV em cores há em sua casa? Os resultados aparecem na tabela:

Número de aparelhos	Frequência abasoluta	Frequência relativa	Porcentagem
0	20	▲	▲
1	▲	▲	▲
2	▲	0,6	▲
3	▲	▲	7,5%
4	30	▲	▲

05- Os dados seguintes referem-se ao tempo de espera (em minutos) de 30 clientes em uma fila de banco, em um dia de grande movimento:
23; 19; 7; 21; 28; 13; 11; 16; 19; 33; 22; 17; 15; 12; 18; 25; 20; 14; 16; 35; 10; 8; 20; 16; 14.
Construa uma tabela de freqüência, agrupando as informações em classes de amplitude igual a 5, a partir do menor tempo encontrado.

06- A tabela abaixo informa os tipos de lazer preferidos por 80 garotos da primeira série do ensino médio de um colégio.

Laser	Frequência abasoluta	Frequência relativa
Jogar futebol com os amigos	48	a
Computador e videogame	b	c
Paquerar no shopping	d	e
Viajar para a praia	f	g
Total	80	1,00

Complete a tabela, sabendo que c é o dobro de e, que é o quíntuplo de g.

07- A tabela seguinte informa os valores de 160 empréstimos solicitados a um banco por pessoas físicas durante uma semana.

Valor do empréstimo (em R$)	Frequência abasoluta	Frequência relativa
200 ⊢ 400	a	b
400 ⊢ 600	60	c
600 ⊢ 800	d	e
800 ⊢ 1000	f	0,05
1000 ⊢ 1200	g	h
Total	160	1,00

Complete a tabela, sabendo que 52,5% dos empréstimos representavam valores maiores ou iguais a R$ 600,00 e que, entre eles, $\frac{2}{3}$ eram inferiores a R$ 800,00.

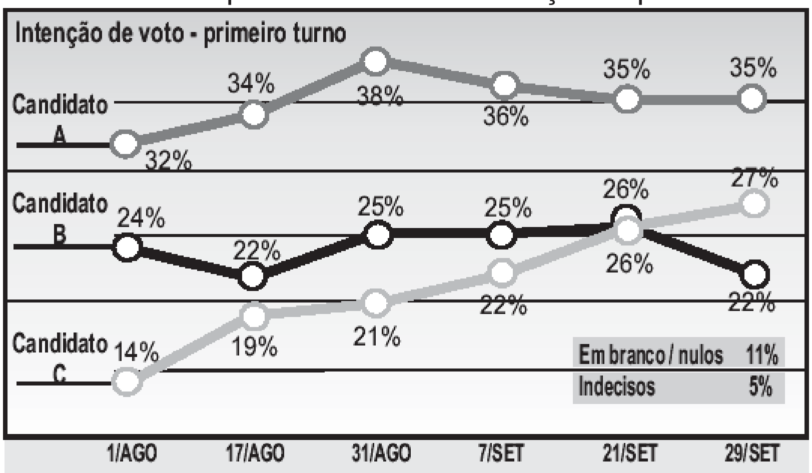
08- Em um colégio, os alunos das três oitavas séries (A, B e C) realizaram um teste com 10 questões de Matemática. O resultado, por classe, foi o seguinte:

8ª A		8ª B		8ª C	
Acertos	Número de alunos	Acertos	Número de alunos	Acertos	Número de alunos
3	4	3	2	3	3
4	5	4	6	4	7
5	12	5	14	5	10
6	10	6	11	6	9
7	6	7	3	7	6
8	2	8	4	8	3
9	3	9	2	9	1
		10	1	10	1

Considere as três classes juntas.

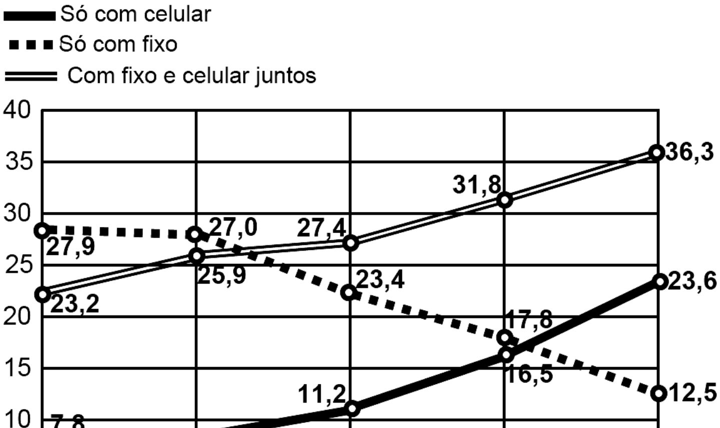
a) Construa uma tabela que indique os resultados das três classes juntas quanto ao número de acertos e a respectiva porcentagem em relação ao número total de alunos.
b) Qual o índice, em porcentagem, de alunos que acertaram 5 ou mais testes?
c) Que porcentagem de alunos acertou todos os testes?

09- Em um estado onde três candidatos concorreram ao cargo de governador, as pesquisas realizadas antes do primeiro turno das eleições apresentaram os resultados abaixo.



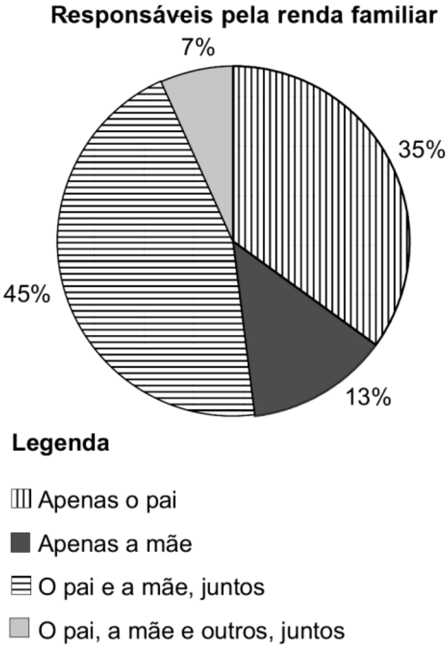
Considerando-se que, na pesquisa de 29/set, foram entrevistadas 2.000 pessoas, quantas disseram que pretendiam votar no candidato B?
a) 700
b) 660
c) 540
d) 440
e) 350

10- O gráfico abaixo representa, em porcentagem, os domicílios com telefone, em relação ao total de domicílios no Brasil.



De acordo com os dados desse gráfico, em 2005, os domicílios com telefone fixo representavam em relação ao total de domicílios,
a) 12,5%
b) 36,3%
c) 48,8%
d) 49,6%
e) 59,9%

11- Este gráfico representa o resultado de uma pesquisa realizada com 1000 famílias com filhos em idade escolar:



Considere estas afirmativas referentes às famílias pesquisadas:

I. O pai participa da renda familiar em menos de 850 dessas famílias.

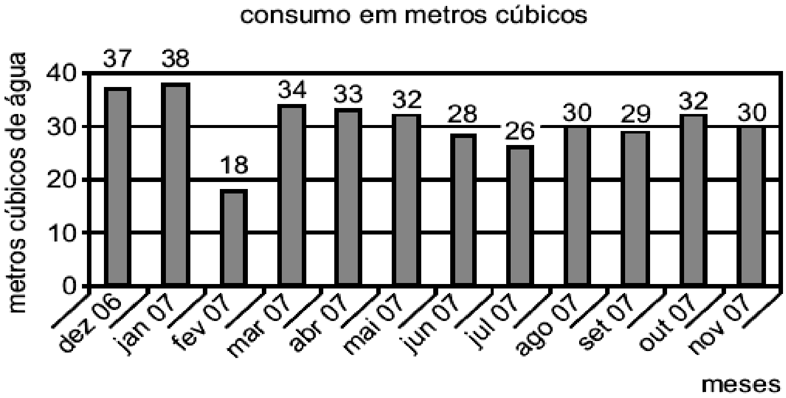
II. O pai e a mãe participam juntos, da renda familiar em mais de 500 dessas famílias.

III. Apenas o pai e apenas a mãe, participam, da renda familiar em 480 dessas famílias.

Então, é correto afirmar que

a) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.
b) Apenas a afirmativa I é verdadeira.
c) Apenas a afirmativa II é verdadeira.
d) Ambas as afirmativas são verdadeiras.
e) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras

12- O gráfico representa o consumo mensal de água em uma determinada residência no período de um ano. As tarifas de água para essa residência são dadas a seguir.



Faixa $f\left(m^3\right)$	Tarifa (R$)
$0 \le f \le 10$	0,50
$10 < f \le 20$	1,00
$20 < f \le 30$	1,50
$30 < f \le 40$	2,00

Assim, por exemplo, o gasto no mês de março, que corresponde ao consumo de 34 m^3, em reais, é: $10\times 0{,}50+10\times 1{,}00+10\times 1{,}50+4\times 2{,}00=38{,}00$. Vamos supor que essas tarifas tenham se mantido no ano todo. Note que nos meses de janeiro e fevereiro, juntos, foram consumidos 56 m^3 de água e para pagar essas duas contas foram gastos X reais. O mesmo consumo ocorreu nos meses de julho e agosto, juntos, mas para pagar essas duas contas foram gastos Y reais. A diferença $X-Y$, em reais, foi de

a) 5
b) 6
c) 10
d) 12
e) 15

IX. <u>Medidas de Posição (ou centralidade)</u>

Nos itens anteriores, vimos como resumir um conjunto de dados em tabelas de freqüência e também como representá-los graficamente.

Agora, a partir dos valores assumidos por uma variável quantitativa, vamos estabelecer medidas correspondentes a um resumo da distribuição de tais valores.

Como valores centrais, vamos estudar a <u>*média*</u>, a <u>*mediana*</u> e a <u>*moda*</u>.

Depois de fazer a coleta e a representação dos dados de uma pesquisa, é comum analisarmos as tendências que essa pesquisa revela. Assim, se a pesquisa envolve muitos dados, convêm sintetizarmos todas essas informações a um mínimo de parâmetros que possam caracterizá-la.

Em geral dado um conjunto de valores: $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$, efetuando determinadas operações entre eles, obtemos certo resultado R.

Caso possamos substituir cada um os valores $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ por um mesmo valor x e efetuar as mesmas operações, obtendo ainda o mesmo resultado R, diremos que esse valor x é a média dos valores $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ relativa às operações em questão.

Além disso, não devemos separar este “conceito” de sua aplicação na prática quando, por exemplo, ao calcularmos a “média” de um dado “conjunto de valores”, encontramos mais de uma resposta. Neste caso, a “natureza da grandeza” que esses valores representam e o “bom senso” determinarão qual das respostas é a mais indicada para o problema.

IX. I <u>Média aritmética</u>

Seja x uma variável quantitativa e $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ os valores assumidos por x. Define-se <u>*média aritmética*</u> de x - indicada por $\overline{X}$ - como a divisão da soma de todos esses valores pelo número de valores, isto é:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n}.$$

<u>Propriedades:</u>

1º- Sejam x uma variável quantitativa e $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ os valores assumidos por x e $\overline{X}$ a média aritmética correspondente.

Se cada x_i $(i = 1,\ 2,\ ...,\ n)$ adicionarmos uma constante real c, a média aritmética fica adicionada de c unidades.

Essa propriedade pode ser facilmente demonstrada.

Consideremos que os novos valores assumidos por essa variável sejam: $x_1 + c,\ \ x_2 + c,\ \ ...,\ \ x_n + c$.

A nova média é dada por:

$$\overline{X'} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i + c)}{n} = \frac{(x_1 + c) + (x_2 + c) + \ldots + (x_n + c)}{n}$$

$$\overline{X'} = \frac{(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)}{n} + \frac{\overbrace{(c + c + \ldots + c)}^{n\ vezes}}{n}$$

$$\overline{X'} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} + \frac{n \times c}{n}$$

$$\overline{X'} = \overline{X} + c$$

2º- Se multiplicarmos cada x_i $(i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$ por uma constante real c, a média aritmética fica multiplicada por c.

Para demonstrar essa segunda propriedade, consideremos que os novos valores assumidos por essa variável sejam: $c \times x_1,\ c \times x_2,\ \ldots,\ c \times x_n$.

A nova média $(\overline{X'})$ é dada por:

$$\overline{X'} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(c \times x_i)}{n} = \frac{c \times x_1 + c \times x_2 + \ldots + c \times x_n}{n}$$

$$\overline{X'} = \frac{c \times (x_1 + x_2 + \ldots + x_n)}{n}$$

$$\overline{X'} = c \times \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$\overline{X'} = c \times \overline{X}$$

IX. II <u>Média aritmética ponderada</u>

Sendo $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ os n valores da variável x com freqüências $f_1, f_2, f_3, \ldots, f_n$, respectivamente, define-se média aritmética ponderada, ou simplesmente média, como sendo

$$M_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{x_1 \times f_1 + x_2 \times f_2 + \ldots + x_n \times f_n}{f_1 + f_2 + \ldots + f_n}$$

IX. III <u>Mediana</u>

A média aritmética pode ser muito afetada quando encontramos valores discrepantes em um conjunto de dados, podendo se tornar uma medida de centralidade pouco representativa do resumo dos dados.

Para contornar questões dessa natureza, definiremos, a seguir, uma medida de centralidade mais resistente aos valores discrepantes (em inglês, chamados *outliers*) denominada <u>*mediana*</u>.

Sejam $x_1 \le x_2 \le x_3 \le\ \ldots\ \le x_n$ os n valores de uma variável x.

A mediana desse conjunto de valores – indicada por M_e - é definida por:

$$M_e = \begin{cases} X_{\left(\frac{(n+1)}{2}\right)}, & \text{se n é ímpar} \\ \dfrac{X_{\left(\frac{n}{2}\right)} + X_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2}, & \text{se n é par} \end{cases}$$

IX. IV Moda

Moda de um conjunto de valores é o valor que aparece um maior número de vezes, ou seja, é o valor de maior freqüência absoluta.

Exemplos:

1º- Determine a moda do conjunto de valores 2, 2, 5, 7, 9, 9, 9, 10, 11, 12.

Resposta:

A moda é 9. Observe que 9 é o elemento mais freqüente.

2º- Encontre a moda do conjunto de valores 12, 13, 19, 13, 14, 12, 16.

Resposta:

Há duas modas, 12 e 13, pois cada um desses valores ocorre com maior freqüência (duas vezes). Dizemos que se trata de uma distribuição *bimodal*.

3º- Determine a moda do conjunto de valores 21, 13, 04, 12, 61, 17, 45, 38.

Resposta:

Nesse caso, todos os valores "aparecem" com a mesma freqüência unitária. Assim, não à moda nessa distribuição.

Medidas de centralidade para dados agrupados

Em uma academia de ginástica deseja-se implantar um programa de racionamento de energia elétrica, que inclui, entre outras medidas, uma campanha de incentivo à redução do tempo de banho nos vestiários. Durante uma semana, registrou-se o tempo de duração dos banhos dos usuários.

Os dados coletados estão organizados na tabela:

Tempo de duração (em minutos)	Frequência abasoluta
$2 \vdash 6$	6
$6 \vdash 10$	36
$10 \vdash 14$	90
$14 \vdash 18$	50
$18 \vdash 22$	18
Total	200

Como encontrarmos as medidas de centralidade (média, mediana e moda) relativas a esses dados?

Quando as informações referentes a uma variável estão agrupadas em classes de valores (intervalos), não é possível saber como os valores estão distribuídos em cada faixa. Como recurso para associar medidas a esses dados, costuma-se fazer a suposição de que, em cada intervalo, os valores estão distribuídos homogeneamente, isto é, admite-se uma distribuição aproximadamente simétrica ao redor do ponto médio do intervalo. Assim, se um determinado intervalo contém n valores, há uma "compensação" entre valores eqüidistantes do ponto médio (x_i) da classe i, de modo que a média entre eles coincide com x_i.

Essas considerações nos levam a supor que as n observações do intervalo equivalem ao seu ponto médio.

1º- Cálculo da média

Seja x_i o ponto médio de um intervalo. Retomando ao exemplo da academia de ginástica que pretende implantar um programa de racionamento de energia elétrica, temos esta tabela:

Tempo de duração (em minutos)	Ponto médio (x_i)	Frequência abasoluta (n_i)	Frequência relativa (f_i)
$2 \vdash 6$	$x_1 = 4$	$n_1 = 6$	$\frac{6}{200} = 0{,}03$
$6 \vdash 10$	$x_2 = 8$	$n_2 = 36$	$\frac{36}{200} = 0{,}18$
$10 \vdash 14$	$x_3 = 12$	$n_3 = 90$	$\frac{90}{200} = 0{,}45$
$14 \vdash 18$	$x_4 = 16$	$n_4 = 50$	$\frac{50}{200} = 0{,}25$
$18 \vdash 22$	$x_5 = 20$	$n_5 = 18$	$\frac{18}{200} = 0{,}09$

O tempo médio de banho é dado por:

$$\overline{X} = \frac{6\times 4 + 36\times 8 + 90\times 12 + 50\times 16 + 18\times 20}{6+36+90+50+18}$$

$$\overline{X} = \frac{24 + 288 + 1.080 + 800 + 360}{200}$$

$$\overline{X} = 12{,}76 \quad \text{minutos}$$

Em geral, a média para dados agrupados é dada por:

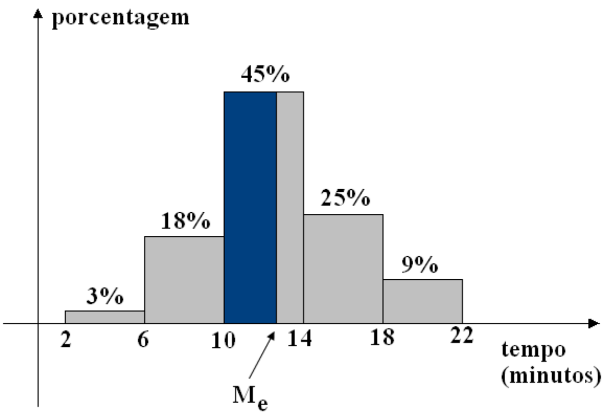
$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i \times n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}, \quad \text{sendo}$$

$$\begin{cases} k & \text{o número de intervalos} \\ x_i & \text{o ponto médio da classe i} \\ n_i & \text{a frequência absoluta referente à classe i} \end{cases}$$

2º- <u>Cálculo da mediana</u>

Em variáveis contínuas que apresentam seus valores distribuídos em intervalos, admite-se que 50% dos dados encontram-se abaixo da mediana e 50% acima dela.

Nesses casos, para determinar a mediana, é importante, num primeiro momento, construir um histograma, usando a freqüência relativa (ou porcentagem) de cada intervalo. Em relação ao exemplo da academia de ginástica, temos:



A mediana desse conjunto de dados é um valor pertencente ao intervalo $10 \vdash 14$, uma vez que a freqüência acumulada das duas primeiras classes é $3\% + 18\% = 21\%$ e das três primeiras classes é $3\% + 18\% + 45\% = 66\%$.

Observe que, no terceiro intervalo, o retângulo sombreado e o retângulo "inteiro" (que define o intervalo) têm a mesma altura. Assim, a área de cada um desses retângulos (expressa como porcentagem da área total sob o histograma) é proporcional à medida de sua base.

Temos:

• Retângulo sombreado

$$\begin{cases} \text{base}: & M_e - 10 \\ \text{área}: & 50\% - 21\% \end{cases}$$

• Retângulo “inteiro”

$$\begin{cases} \text{base}: & 14 - 10 \\ \text{área}: & 45\% \end{cases}$$

Segue daí, a seguinte proporção:

$$\frac{M_e - 10}{50\% - 21\%} = \frac{14 - 10}{45\%} \Rightarrow M_e \cong 12{,}58 \quad \text{minutos}$$

3º- <u>Cálculo da classe modal</u>

Suponha que os dados de uma variável contínua estejam distribuídos em classe de mesma amplitude.

A *<u>classe modal</u>* é dada pela classe que reúne a maior freqüência (absoluta ou relativa).

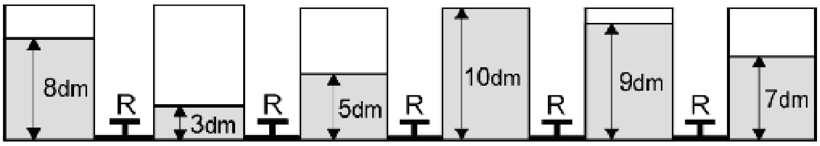
Retomando ao exemplo da academia de ginástica que pretende implantar um programa de racionamento de energia elétrica, a classe de maior freqüência é a de 10 a 14 minutos, e ela concentra 90 valores (ou 45% dos dados da amostra).

Dizemos que a classe modal é o intervalo $\mathbf{10} \vdash \mathbf{14}$ (minutos).

.

QUESTÕES DE ESTATÍSTICA – PARTE II

01- Seis caixas d’água cilíndricas iguais estão assentadas no mesmo piso plano e ligadas por registros (R) situados nas suas bases, como sugere a figura abaixo:



Após a abertura de todos os registros, as caixas ficaram com os níveis de água no mesmo plano. A altura desses níveis, em decímetros, equivale a:

a) 6,0
b) 6,5
c) 7,0
d) 7,5

02- Para que fosse feito um levantamento sobre o número de infrações de trânsito, foram escolhidos 50 motoristas. O número de infrações cometidas por esses motoristas, nos últimos cinco anos, produziu a seguinte tabela:

Nº de infrações	Nº de motoristas
de 1 a 3	7
de 4 a 6	10
de 7 a 9	15
de 10 a 12	13
de 13 a 15	5
maior ou igual a 16	0

Pode-se então afirmar que a média do número de infrações, por motorista, nos últimos cinco anos, para este grupo, está entre:

a) 6,9 e 9,0
b) 7,2 e 9,3
c) 7,5 e 9,6

d) 7,8 e 9,9
e) 8,1 e 10,2

03- Karina comprou 3 canetas por 20 reais cada uma e 2 canetas por 15 reais cada uma. Quanto ela pagou, em média por caneta?

04- Um carro, que pode utilizar como combustível álcool e gasolina misturados em qualquer proporção, é abastecido com 20 litros de gasolina e 10 litros de álcool. Sabe-se que o preço do litro de gasolina e o do litro de álcool é, respectivamente, R$ 1,80 e R$ 1,20. Nessa situação, o preço médio do litro do combustível que foi utilizado é de:
a) R$ 1,50.
b) R$ 1,55.
c) R$ 1,60.
d) R$ 1,40.

05- A média aritmética das alturas de cinco edifícios é de 85 metros. Se for acrescentado a apenas um dos edifícios mais um andar de 3 metros de altura, a média entre eles passará a ser:
a) 85,6 m
b) 86 m
c) 85,5 m
d) 86,6 m
e) 86,5 m

06- Uma prova foi aplicada em duas turmas distintas. Na primeira, com 30 alunos, a média aritmética das notas foi 6,40. Na segunda, com 50 alunos, foi 5,20. A média aritmética das notas dos 80 alunos foi:
a) 5,65
b) 5,70
c) 5,75
d) 5,80

07- A média aritmética das notas dos alunos de uma classe de 40 alunos é 7,2. Se a média aritmética das notas das meninas é 7,6 e a dos meninos é 6,6, então o número de meninas na classe é
a) 20
b) 18.
c) 22.
d) 24.
e) 25.

08- Num concurso vestibular para dois cursos, A e B, compareceram 500 candidatos para o curso A e 100 candidatos para o curso B. Na prova de matemática, a media aritmética geral, considerando os dois cursos, foi 4,0. Mas considerando-se apenas os candidatos ao curso A, a média cai pra 3,8. A média dos candidatos ao curso B, na prova de matemática, foi
a) 4,2
b) 5,0
c) 5,2
d) 6,0
e) 6,2

09- Um aluno faz 3 provas com pesos 2, 2 e 3. Se ele tirou 2 e 7 nas duas primeiras, quanto precisa tirar na terceira prova para ficar com média maior ou igual a 6?
a) Pelo menos 4.
b) Pelo menos 5.
c) Pelo menos 6.
d) Pelo menos 7.
e) Pelo menos 8.

10- Os 40 alunos de uma turma fizeram uma prova de Matemática valendo 100 pontos. A nota média da turma foi de 70 pontos e apenas 15 dos alunos conseguiram a nota máxima. Seja *M* a nota média dos alunos que não obtiveram a nota máxima. Então, é CORRETO afirmar que o valor de *M* é

a) 53.
b) 50.
c) 51.
d) 52.
e) 60

11- Numa repartição onde trabalham 6 funcionários, a média de idade é 35 anos. Se o mais novo dos funcionários saísse, a média de idade entre os 5 restantes passaria a ser 37 anos. Assim, pode-se concluir que a idade do funcionário mais novo, em anos, é de:

a) 22
b) 23
c) 24
d) 25
e) 26

12- O gerente do restaurante de certa empresa fez uma pesquisa e concluiu que os funcionários homens consumiam, em média, 540g por refeição e as mulheres, 450g. Se 60% dos funcionários dessa empresa são homens, qual é, em gramas, o consumo médio, por funcionário, em cada refeição?

a) 485
b) 495
c) 504
d) 514
e) 525

13- A média aritmética das idades de um grupo de médicos e advogados é 40 anos. A média aritmética das idades dos médicos é 35 anos e a dos advogados é 50 anos.

I. O número de advogados é o dobro do número de médicos no grupo.
II. O número de médicos é o dobro do número de advogados no grupo.
III. O número de médicos é igual ao triplo do número de advogados.
IV. Se o número de médicos é igual a 10, então o número de advogados é 30.
V. O número de advogados é a metade do número de médicos.

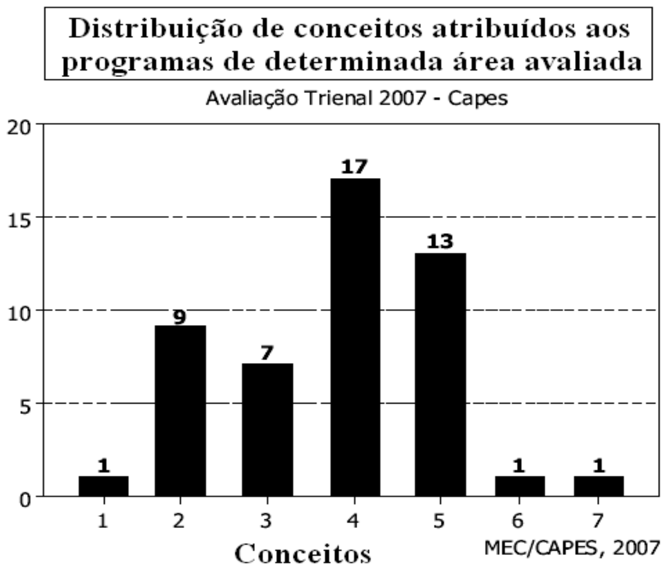
Pode-se, então afirmar que:

a) Apenas as afirmações II e V estão corretas
b) Somente a afirmação II está correta
c) Todas as afirmações estão incorretas
d) As afirmações II e III estão corretas
e) Todas as afirmações estão corretas

14- Numa partida de futebol entre Corinthians e Palmeiras foi pesquisada a idade dos torcedores. Constatou-se, com base nas pessoas que compareceram ao estádio, que a idade média dos corintianos e palmeirenses era de 36 e de 45 anos, respectivamente. Se no estádio, nesse dia, o número de corintianos era uma vez e meia do de palmeirenses, a idade média do total de torcedores corintianos e palmeirenses presentes nessa partida de futebol foi de:

a) 40,5 anos
b) 45 anos
c) 36 anos
d) 41,4 anos
e) 39,6 anos

Para responder às questões de números 15, 16 e 17, utilize os dados do gráfico a seguir, relativos à Avaliação Trienal dos cursos e programas de pós-graduação realizada pela Capes em 2007.

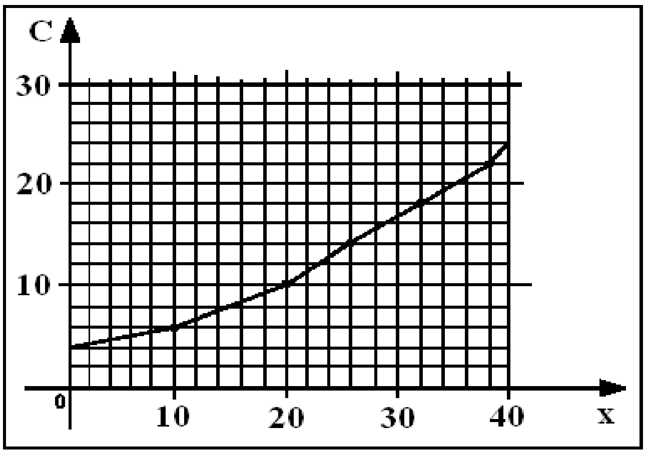


15- O número total de programas, na área, avaliados pela Capes foi
a) 7
b) 17
c) 20
d) 49
e) 68

16- O conceito médio atribuído aos programas avaliados nesse período é
a) 1,7
b) 2,8
c) 3,8
d) 4,0
e) 7,0

17- O percentual de programas que tiveram conceito mínimo igual a 4,0 é
a) 15,0%
b) 28,5%
c) 32,0%
d) 34,6%
e) 65,3%

18- Um fabricante de inseticida doméstico produz x litros de seu produto ao custo de C(x) reais. O gráfico abaixo representa o custo de produção em função da quantidade de litros produzida.



Com base nessa situação, julgue os itens seguintes.
a. ( ) O custo de produção de 12 litros de inseticida é maior que R$ 8,00.
b. ( ) O custo fixo de produção é igual a R$ 4,00.
c. ( ) O custo médio para a produção de 30 litros de inseticida é inferior a R$ 0,60 por litro.
d. ( ) Se vender a R$ 0,50 o litro de seu produto, o fabricante terá lucro acima de R$ 1,00 na produção e venda de 26 litros.
e. ( ) Por ser a função custo crescente, independentemente do preço de venda do litro do produto, é mais vantajoso para o fabricante produzir 20 litros em vez de 30 litros.

19- Wi-Fi (wireless fidelity) refere-se a produtos que utilizam tecnologias para acesso sem fio à Internet, com velocidade que pode chegar a taxas superiores a 10 Mbps. A conexão é realizada por meio de pontos de acesso denominados hot spots. Atualmente, o usuário consegue conectar-se em diferentes lugares, como hotéis, aeroportos, restaurantes, entre outros. Para que seja acessado um hot spot, o computador utilizado deve possuir a tecnologia Wi-Fi específica.

Segurança: de que forma você cuida da segurança da informação de sua empresa?

resultado da enquete, com 500 votos

resposta	% de usuários que deram essa resposta
I instalei antivírus, anti-*spam* e *firewall* e cuido da atualização todos os dias	41,6
II passo e atualizo antivírus todos os dias	29
III não tenho idéia de como é feita a segurança dos dados de minha empresa	13
IV instalei antivírus, anti-*spam* e *firewall*, mas não cuido da atualização	10
V passo e atualizo antivírus uma vez por mês	6,4

Com relação às informações contidas no texto acima e supondo que as porcentagens das respostas de I a V sejam independentes da quantidade de entrevistados e que cada um deles deu exatamente uma das respostas acima, julgue os itens subseqüentes.
a. ( ) Se x é a quantidade de entrevistados e y é a quantidade dos que responderam “passo e atualizo antivírus uma vez por mês”, então $y = \frac{2^3}{5^3}x$.
b. ( ) A média aritmética das quantidades de entrevistados que deram as respostas II, III ou IV é superior a 87.
c. ( ) Na amostra de 500 entrevistados, escolhendo-se um deles ao acaso, a probabilidade de ele não ter dado a resposta I nem a II é superior a 0,3.
d. ( ) Em uma amostra de 1.200 entrevistados, mais de 490 teriam dado a resposta I.

20- O serviço meteorológico registrou, em alguns estados brasileiros, as seguintes temperaturas:

Estado	Temperatura (em ºC)
Mato Grosso do Sul	21
Amazonas	40
Pará	39
Piauí	38
Maranhão	39
Paraná	8
Rio Grande do Sul	8
Santa Catarina	8
São Paulo	15

A moda e mediana dessas temperaturas são, respectivamente,
a) 39ºC e 24ºC
b) 8ºC e 39ºC
c) 8ºC e 21ºC
d) 21ºC e 8ºC

21- As 10 medidas colhidas por um cientista num determinado experimento, todas na mesma unidade, foram as seguintes:
1,2; 1,2; 1,4; 1,5; 1,5; 2,0; 2,0; 2,0; 2,0; 2,2.
Ao trabalhar na análise estatística dos dados, o cientista esqueceu-se, por descuido, de considerar uma dessas medidas. Dessa forma, comparando os resultados obtidos pelo cientista em sua análise estatística com os resultados corretos para esta amostra, podemos afirmar que
a) a moda e a média foram afetadas.
b) a moda não foi afetada, mas a média foi.
c) a moda foi afetada, mas a média não foi.
d) a moda e a média não foram afetadas.
e) a mediana não foi afetada

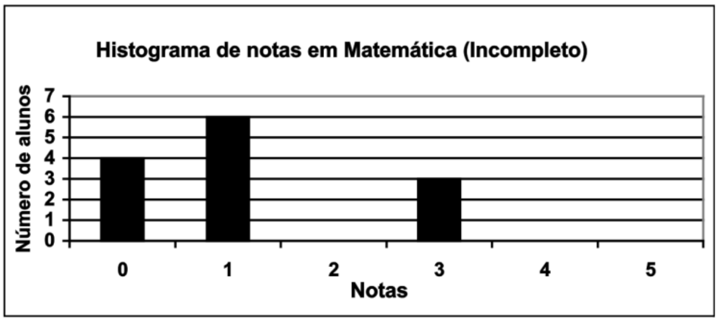
22- O quadro de freqüências, a seguir, refere-se às idades dos 20 jogadores de basquete de um clube.

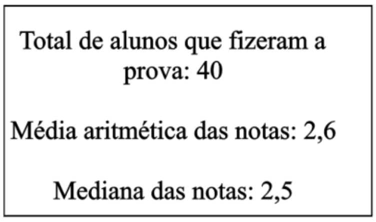
Idade (em anos)	Numero de jogadores
12	4
14	5
16	8
18	2
20	1

1- ( ) A média das idades dos jogadores é de 15,1 anos.
2- ( ) A moda (Mo) dessa distribuição é 16
3- ( ) A quantidade de jogadores com idade abaixo de 14 anos são 9.
4- ( ) Escolhendo, ao acaso, um dos jogadores, a probabilidade de que o mesmo tenha 14 anos de idade é de 20%.

23- Quatro amigos calcularam a média e a mediana de suas alturas, tendo encontrado como resultado 1,72 m e 1,70 m, respectivamente. A média entre as alturas do mais alto e do mais baixo, em metros, é igual a
a) 1,70.
b) 1,71.
c) 1,72.
d) 1,73.
e) 1,74.

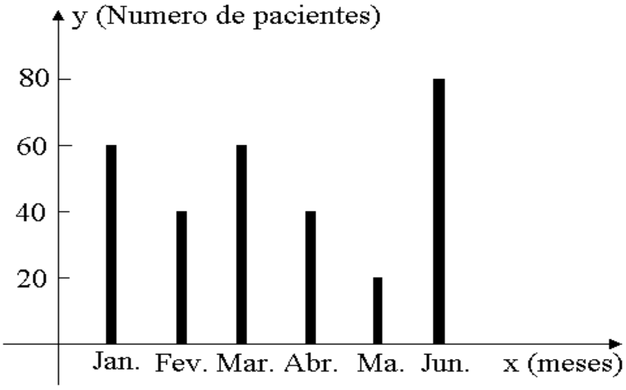
24- Um professor de matemática elaborou, através do computador, um histograma das notas obtidas pela turma em uma prova cujo valor era 5 pontos. Entretanto, o histograma ficou incompleto, pois este professor esqueceu-se de fornecer o número de alunos que obtiveram notas iguais a 2, 4 ou 5. Veja a ilustração abaixo.





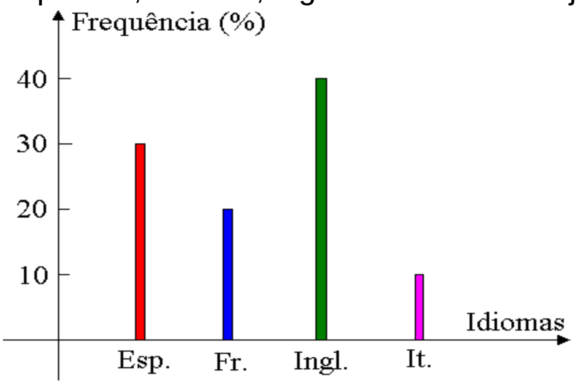
A moda dessas notas é:
a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

25- O gráfico a seguir representa o número de pacientes atendidos mês a mês, em um ambulatório, durante o período de 6 meses de determinado ano.



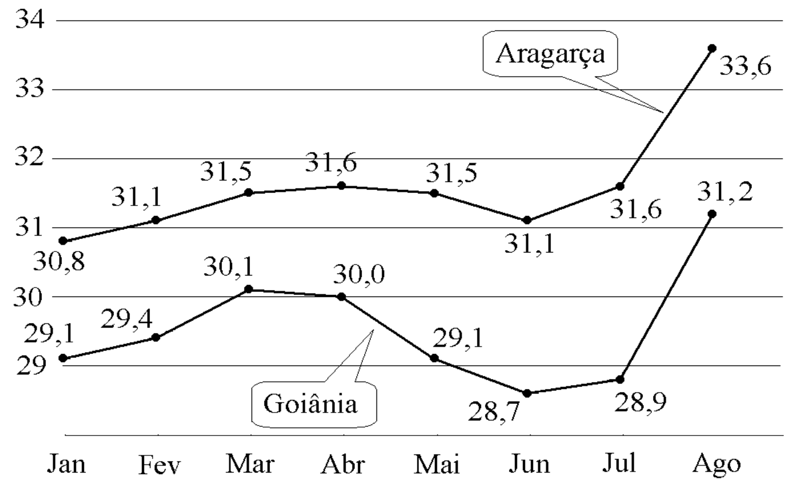
Calcule a média mensal de pacientes atendidos no período considerado

26- Os oitenta alunos de uma classe optaram pelo estudo de uma única língua estrangeira, entre espanhol, francês, inglês ou italiano. Veja o gráfico de barras abaixo, que registra a escolha.



Quantos alunos optaram pelo curso de Inglês?

27- Os gráficos abaixo representam as temperaturas médias mensais nas cidades de Goiânia e Aragarças (considerada a cidade mais quente do Estado de Goiás), no período de janeiro a agosto de 2001.



O popular, 11 set. 2001.p.B.1

Com base nesse gráfico, julgue os itens abaixo

1. (   ) Em Goiânia, a temperatura média no mês de agosto é 4% superior à temperatura média no mês de abril.
2. (   ) Em Goiânia, a média das temperaturas médias mensais, no período de janeiro a agosto, é igual à temperatura média do mês de junho.
3. (   ) No período de janeiro a agosto, a amplitude (diferença entre o maior e o menor valor) da temperatura média mensal, em Goiânia, é maior do que em Aragarças.
4. (   ) No período de janeiro a agosto, a diferença das temperaturas médias mensais entre Aragarças e Goiânia é máxima no mês de maio.

28- Departamento de Comércio Exterior do Banco Central possui 30 funcionários com a seguinte distribuição salarial em reais.

Número de funcionários	Salário em R$
10	2.000,00
12	3.600,00
5	4.000,00
3	6.000,00

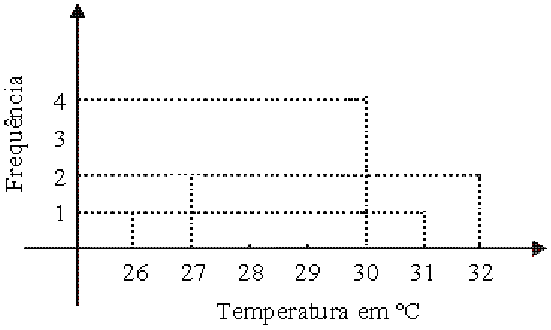
Quantos funcionários que recebem R$ 3.600,00 devem ser demitidos para que a mediana desta distribuição e salários seja de R$ 2.800,00?

a) 8
b) 11
c) 9
d) 10
e) 7

29- De acordo com o Boletim do Serviço de Meteorologia de 07 de julho de 2000, o quadro abaixo apresenta a temperatura máxima, em graus Celsius, registrada em Fernando de Noronha e nas capitais da Região Nordeste do Brasil.

Aracaju	27 °C	Natal	30° C
Fernando de Noronha	30 °C	Recife	30 °C
Fortaleza	31 °C	Salvador	26 °C
João Pessoa	30 °C	São Luis	32 °C
Maceió	27 °C	Terezina	32 °C

Com base nessas informações, julgue os itens a seguir em verdadeiro (V) ou falso (F).
a. ( ) O gráfico abaixo representa a distribuição de freqüência das temperaturas.



b- ( ) A freqüência relativa da temperatura de 31ºC é igual a 10%.
c- ( ) A média aritmética das temperaturas indicadas no quadro correspondente a 29,5ºC.
d- ( ) A mediana das temperaturas registradas é igual à temperatura modal.
e- ( ) A amplitude das temperaturas é de 32ºC.

30- Dividir o rol 76; 78; 78; 80; 80; 80; 94; 98; 100; 106 em quatro classes de mesma amplitude.

31- O quadro mostra a distribuição dos salários mensais (agrupados em classes) de 40 empregados de uma firma.

Salario (em reais)	Numero de empregados
[200; 300[	4
[300; 400[	10
[400; 500[	18
[500; 600[	5
[600; 700[	3

Nessas condições, julgue os itens a seguir.
1. ( ) A amplitude do intervalo de classe é de R$50,00
2. ( ) A quantidade de empregados que ganham menos que R$500,00 são 14.
3. ( ) O índice, em porcentagem, de empregados que ganham R$400,00 mensais ou mais é de 65%.
4. ( ) A média salarial dos empregados é de R$432,50.
5. ( ) A classe modal dos dados apresentados é $[300;\ 400[$.

32- Após corrigir uma prova de Álgebra, o professor constatou que todas as notas foram superiores a 4,0 e apresentaram a seguinte distribuição:

Notas	$\leq 5,0$	$\leq 6,0$	$\leq 7,0$	$\leq 8,0$	$\leq 9,0$	$\leq 10,0$
Porcentagem	16%	48%	56%	72%	94%	100%

Analisando a distribuição acima, pode-se afirmar que a média das notas foi
a) 6,26
b) 6,58
c) 6,62
d) 6,70
e) 6,64

(Cesp 2006 – Polícia Civil do Estado do Pará – Papiloscopista – Nível Médio)
Texto para as três questões a seguir.

Os peritos consideram os insetos como as primeiras testemunhas de um crime. A ajuda dos bichinhos já provou ser tão importante que seu estudo virou uma especialidade dentro da medicina legal, chamada entomologia forense. Dependendo da quantidade dos insetos que atacaram um cadáver é possível precisar a quanto tempo o crime foi cometido. Os entomólogos, devido a impedimentos jurídicos e éticos, desenvolvem estudos em carcaças animais, visando extrapolá-los para cadáveres humanos. Um pesquisador realizou experimentos para avaliar a quantidade de insetos, segundo o tempo de exposição de carcaças animais. Ele observou a quantidade de insetos em 9 carcaças expostas por 1 hora, com os seguintes resultados: 13, 3, 7, 4, 6, 8, 2, 8, 12. Em outra etapa da pesquisa, ele observou a quantidade de insetos em 200 carcaças expostas por 24 horas. A tabela a seguir apresenta um resumo dos resultados.

número de insetos nas carcaças expostas por 24 horas	freqüência simples
40 a 59	10
60 a 79	30
80 a 99	40
100 a 119	50
120 a 139	70
total	**200**

Adaptado de Galileu, edição 123, outubro de 2001.

33- Assinale a opção incorreta, com base nas informações dadas no texto.
a) A mediana da quantidade de insetos nas carcaças expostas por 1 hora é igual a 7.
b) A quantidade média de insetos nas carcaças expostas por 1 hora é igual a 7.
c) A variância da quantidade de insetos nas carcaças expostas por 1 hora é menor ou igual a 11.
d) O terceiro quartil da quantidade de insetos nas carcaças expostas por 1 hora é maior ou igual a 8.

34- Considerando as informações do texto, a quantidade média de insetos nas carcaças expostas por 24 horas é igual a
a) 80,0
b) 89,5
c) 99,0
d) 103,5

35- Assinale a opção incorreta, utilizando as informações contidas no texto, acerca da distribuição da quantidade de insetos nas carcaças expostas por 24 horas.
a) O primeiro decil está entre 40 e 59.
b) A mediana está entre 105 e 109.
c) A moda, pela fórmula de Czuber, está entre 122 e 125.
d) A amplitude total está entre 98 e 101.

36- Os 200 funcionários de uma empresa foram submetidos a exames clínicos para avaliação de saúde. Na tabela seguinte, aparece o resultado do exame de dosagem de colesterol.

colesterol (em mg/dl de sangue)	Número de funcionários
$140 \vdash 180$	21
$180 \vdash 220$	45
$220 \vdash 260$	73
$260 \vdash 300$	34
$300 \vdash 340$	27

a) Determine a classe modal e a taxa mediana de colesterol, em mg, por dL de sangue.

b) O teste sugere que, se a taxa média de colesterol exceder $235 \ mg/dL$ de sangue, deve-se iniciar uma campanha de prevenção com os funcionários. Com base nesse exame, verifique se será necessário iniciar a campanha preventiva.

37- O atributo do tipo contínuo X, observado como um inteiro, numa amostra de tamanho 100 obtida de uma população de 1000 indivíduos, produziu a tabela de freqüências seguinte:

Classes	Freqüência (f)
29,5 - 39,5	4
39,5 - 49,5	8
49,5 - 59,5	14
59,5 - 69,5	20
69,5 - 79,5	26
79,5 - 89,5	18
89,5 - 99,5	10

Assinale a opção que corresponde à estimativa da mediana amostral do atributo X.
a) 71,04
b) 65,02
c) 75,03
d) 68,08
e) 70,02

A distribuição de frequências abaixo refere-se a salários pagos a funcionários de uma empresa.

Salários (em salários mínimos)	Freqüências
1 ├— 5	5
5 ├— 10	20
10 ├— 15	50
15 ├— 20	20
20 ├— 25	5

Utilizando os dados da tabela acima, respondendo às questões 38, 39 e 40.

38- O valor do primeiro quartil da distribuição é
a) 5 salários mínimos.
b) 10 salários mínimos.
c) 15 salários mínimos.
d) 20 salários mínimos.
e) 25 salários mínimos.

39- O valor do terceir quartil da distribuição é
a) 5 salários mínimos.
b) 10 salários mínimos.
c) 15 salários mínimos.
d) 20 salários mínimos.
e) 25 salários mínimos.

40- Se x é o valor que está acima de 30% dos dados da distribuição e abaixo dos 70% restantes, então, o valor de x é
a) 10,0 salários mínimos.
b) 10,5 salários mínimos.
c) 11,0 salários mínimos.
d) 11,5 salários mínimos.
e) 12,0 salários mínimos.

41- A tabela a seguir apresenta a distribuição da renda familiar anual, em uma determinada cidade.

Renda Familiar Anual (R$)	Freqüência relativa simples
10.000 ├─ 15.000	0,20
15.000 ├─ 20.000	0,18
20.000 ├─ 25.000	0,24
25.000 ├─ 30.000	0,14
30.000 ├─ 40.000	0,12
40.000 ├─ 50.000	0,08
50.000 ├─ 60.000	0,04

Com base nos dados da tabela acima, julgue os itens seguintes em CERTOS ou ERRADOS.
a) A mediana encontra-se na classe central.
b) O terceiro quartil encontra-se na quarta classe.
c) O valor do segundo decil é R$ 15.000,00.
d) A mediana coincide com o ponto médio de uma classe.
e) Mais de 95% das famílias tem renda anual inferior a R$50.000,00.

X. <u>Média harmônica</u>

Seja $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ uma coleção de n valores reais positivos.

Define-se média harmônica como o inverso da média aritmética dos inversos de $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$.

$$H = \frac{1}{\dfrac{\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} + \dfrac{1}{x_3} + \cdots + \dfrac{1}{x_n}}{n}}$$

Exemplo resolvido:

Um automóvel faz um percurso de 200 km em duas etapas, sendo de 100 km cada uma delas.

Na primeira etapa ele desenvolveu uma velocidade média de 90 km/h e, na segunda, uma velocidade média de 110 km/h. Qual foi a velocidade media desse automóvel durante todo o trajeto?

Resolução:

Da física sabemos que:

$$v_1 = \frac{\Delta S_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta S_1}{v_1}$$

$$v_2 = \frac{\Delta S_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta S_2}{v_2}$$

$$v_m = \frac{\Delta S_1 + \Delta S_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$

Do enunciado temos $\Delta S_1 = \Delta S_2$. Portanto,

$v_m = \frac{2 \times \Delta S}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$. Substituindo $\Delta t_1 \ e \ \Delta t_2$ por $\frac{\Delta S_1}{v_1} \ e \ \frac{\Delta S_2}{v_2}$, respectivamente, temos:

$v_m = \frac{2\Delta S}{\frac{\Delta S}{v_1} + \frac{\Delta S}{v_2}} = \frac{2\Delta S}{\Delta S\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right)} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}}$, que é a média harmônica entre as duas velocidades.

Substituindo os valores $v_1 \ e \ v_2$, temos:

$$v_m = \frac{2}{\frac{1}{90}+\frac{1}{110}} = 99 \ \ km/h.$$

Portanto, diferentemente do que poderia se pensar, a velocidade média no percurso todo é de 99 km/h e não de 100 km/h.

XI. <u>Média geométrica</u>

Dados $n \ (n \geq 2)$ números reais não negativos, $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$, define-se a *<u>média geométrica</u>*, à qual denominaremos G, entre esses n valores a relação:

$$G = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \ \dots \ \times x_n}$$

Exemplo resolvido:
Calcule a média geométrica entre os números 2, 4, 9 e 18.

Resolução:

$$G = \sqrt[4]{2 \times 4 \times 9 \times 18} = \sqrt[4]{2^4 \times 3^4} = \sqrt[4]{6^4} = 6$$

A média geométrica oferece o maior produto possível entre duas medidas dadas. Ela é de grande utilidade em construções geométricas e na engenharia.

QUESTÕES DE ESTATÍSTICA – PARTE III

01- Determine a média harmônica entre 2 e 5

02- A média harmônica entre $5; \ 6 \ e \ x$ é igual a $4,5$. Encontre o valor de x.

XII. <u>Medidas de dispersão</u>

XII. I <u>Desvio para a média (D)</u>

Uma maneira de medir o grau de dispersão ou concentração de cada valor da variável em relação às medidas de tendência central é fazer a diferença entre o valor da variável e a média. Esta diferença e chamada desvio e representada por D. $D_i = X_i - \overline{X}$.

XII. II <u>Desvio médio</u>

$$d_m = \frac{\sum_{i=1}^{n} |D_i|}{n} \quad ou \quad d_m = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i |D_i|}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

XII. III <u>Variância e desvio padrão</u>

O valor que corresponde à média aritmética dos quadrados dos desvios em relação à média recebe o nome de variância, valor esse que se indica por V_a.

$$V_a = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i (D_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

A raiz quadrada da variância chama-se desvio padrão do conjunto de dados, valor que representemos por s. $\sigma = \sqrt{V_a}$

Observação:

Centralização: Média aritmética, mediana e moda
Dispersão: Intervalo de variação, desvio médio, variância e desvio padrão.

QUESTÕES DE ESTATÍSTICA – PARTE IV

01- O serviço de atendimento ao consumidor de uma concessionária de veículos recebe as reclamações dos clientes via telefone. Tendo em vista a melhoria nesse serviço, foram anotados os números de chamadas durante um período de sete dias consecutivos. Os resultados obtidos foram os seguintes:

Dia	Número de chamadas
domingo	3
segunda	4
terça	6
quarta	9
quinta	5
sexta	7
sábado	8

Sobre as informações contidas nesse quadro, considere as seguintes afirmativas:

I. O número médio de chamadas dos últimos sete dias foi 6.
II. A variância dos dados é 4.
III. O desvio padrão dos dados é $\sqrt{2}$

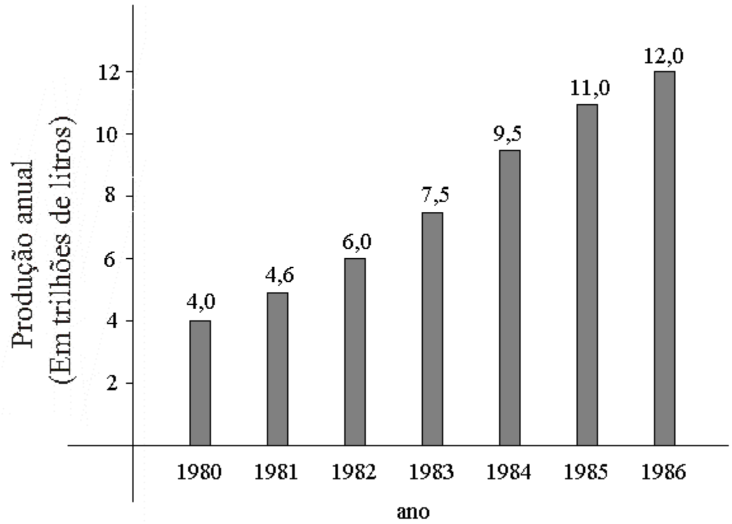
Assinale a alternativa correta.
a) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
b) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
c) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
d) Somente a afirmativa I é verdadeira.
e) As afirmativas I, II e III são verdadeiras.

02- Os dados da tabela abaixo apresentam as freqüências acumuladas das idades de 20 jovens entre 14 e 20 anos.

Idades (anos)	Freqüência Acumulada
14	2
15	4
16	9
17	12
18	15
19	18
20	20

Uma das medidas de dispersão é a variância populacional, que é calculada por $\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - m)^2}{n}$. Sabendo-se que m é a média aritmética dessas idades, qual a variância das idades na população formada pelos 20 jovens?
a) 0,15
b) 0,20
c) 1,78
d) 3,20
e) 3,35

03- O Proálcool – Programa nacional do Álcool - , criado em 1975 para reduzir a importação de petróleo, foi uma importante iniciativa para substituir combustíveis fósseis por um combustível alternativo e renovável: o álcool etílico. O programa foi fortemente subsidiado e, a partir de 1978, o Brasil passou a exportar etanol, sobretudo para os Estados Unidos da América e para o Japão. O gráfico abaixo mostra a produção anual brasileira de álcool etílico de 1980 a 1986. Representando por P_n a produção brasileira de álcool etílico no ano $1980 + n$, $n = 0, 1, ..., 6$, julgue os itens seguintes.

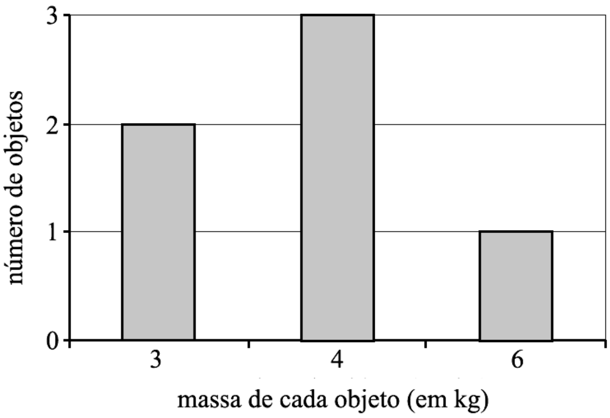


a) A média aritmética da seqüência numérica $\{P_n\}$, $n = 0, 1, ..., 6$, é menor que a sua mediana.
b) Para cada $n = 0, 1, ..., 6$, $P_n \in [8 - \sigma, 8 + \sigma]$, em que σ é o desvio-padrão da seqüência numérica $\{P_n\}$.
c) Se P_7 representa a produção de álcool etílico brasileira em 1987 e P_7 é menor que a mediana da seqüência $\{P_n\}$, $n = 0, 1, ..., 6$, então a média aritmética da seqüência $\{P_n\}$, $n = 0, 1, ..., 6$ é maior que a da seqüência $\{P_n\}$, $n = 0, 1, ..., 7$.
d) Se, a partir de 1983, a produção anual brasileira de álcool etílico tivesse crescido segundo uma progressão aritmética de razão $P_3 - P_2$, então, em 1986, essa produção teria sido superior àquela apresentada no gráfico para esse ano.

04- Um grupo é formado por 10 pessoas, cujas idades são: 17 19 19 20 20 20 20 21 22 22. Seja μ a média aritmética das idades e σ seu desvio padrão. O número de pessoas desse grupo cujas idades pertencem ao intervalo $[\mu-\sigma,\ \mu+\sigma]$ é (Considere $\sqrt{2}=1{,}4$)

a) 9
b) 8
c) 7
d) 6
e) 5

05- O gráfico a seguir indica a massa de um grupo de objetos.



Acrescentando-se ao grupo n objetos de massa 4 kg cada, sabe-se que a média não se altera, mas o desvio padrão se reduz à metade do que era. Assim, é correto afirmar que n é igual a

a) 18.
b) 15.
c) 12.
d) 9.
e) 8.

06-

Gráfico I

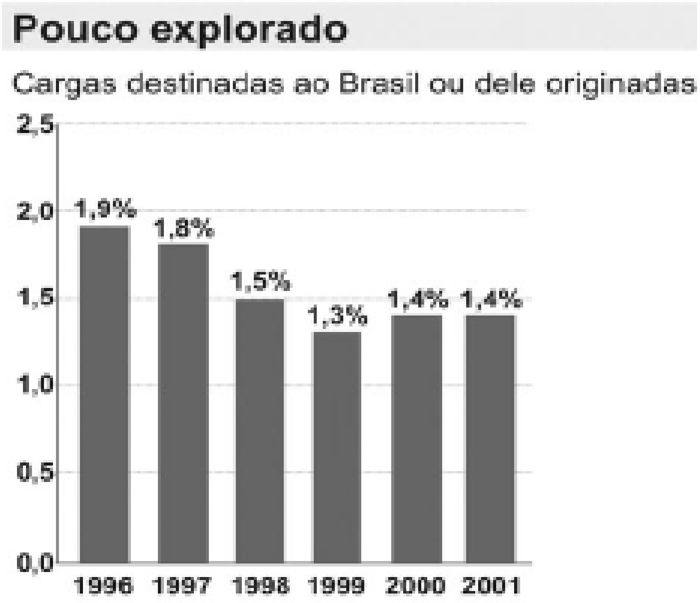


Gráfico II

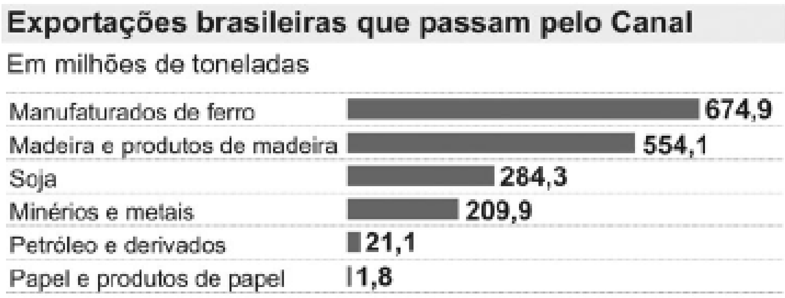


Gráfico III

Valor. 3-5/5/2002, p. A12 (com adaptações).

Com base nas informações acima, relativas ao canal do Panamá, analise os itens a seguir e marque a alternativa correta.

I- O desvio-padrão da série numérica formada pelos totais de toneladas movimentadas pelos países listados no gráfico I seria maior se dela fosse excluído o valor correspondente aos EUA.

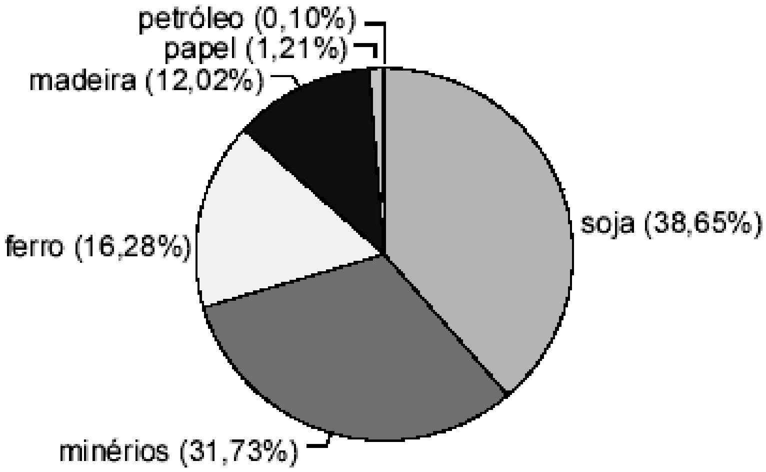
II- No período mostrado no gráfico II, a mediana da série numérica formada pelos percentuais de cargas destinadas ao Brasil ou dele originadas, que passaram pelo canal do Panamá, é maior que a moda dessa série.

III- A partir dos dados apresentados no gráfico II, é correto afirmar que o volume total de cargas destinadas ao Brasil ou dele originadas e que passaram pelo canal do Panamá em 2001 foi inferior ao de 1998.

IV- A seguinte sentença está gramaticalmente correta e traduz coerentemente informações do gráfico III:

“**Entre as exportações brasileiras que passam pelo canal em milhões de toneladas por ano as de soja corresponde a mais da metade da exportação de madeira e menos da metade da exportação de manufaturados de ferro”.**

V- O gráfico de setores abaixo poderia representar corretamente as informações dadas no gráfico III.



a) I e II estão corretos
b) II e III estão incorretos
c) I e IV estão incorretos
d) Somente V está correto
e) Todos estão incorretos

07- Uma empresa verificou que, historicamente, a idade média dos consumidores de seu principal produto é de 25 anos, considerada baixa por seus dirigentes. Com o objetivo de ampliar sua participação no mercado, a empresa realizou uma campanha de divulgação voltada para consumidores com idades mais avançadas. Um levantamento realizado para medir o impacto da campanha indicou que as idades dos consumidores apresentaram a seguinte distribuição:

Idade (X)	Freqüência	Porcentagem
18 ⊢ 25	20	40
25 ⊢ 30	15	30
30 ⊢ 35	10	20
35 ⊢ 40	5	10
Total	50	100

Assinale a opção que corresponde ao resultado da campanha considerando o seguinte critério de decisão: se a diferença $\overline{X} - 25$ for maior que o valor $\frac{2 \times \sigma_X}{\sqrt{n}}$, então a campanha de divulgação surtiu efeito, isto é, a idade média aumentou; caso contrário, a campanha de divulgação não alcançou o resultado desejado.

a) A campanha surtiu efeito, pois $\overline{X} - 25 = 2{,}1$ é maior que $\frac{2 \times \sigma_X}{\sqrt{n}} = 1{,}53$.

b) A campanha não surtiu efeito, pois $\overline{X} - 25 = 0$ é menor que $\frac{2 \times \sigma_X}{\sqrt{n}} = 1{,}64$.

c) A campanha surtiu efeito, pois $\overline{X} - 25 = 2{,}1$ é maior que $\frac{2 \times \sigma_X}{\sqrt{n}} = 1{,}41$.

d) A campanha não surtiu efeito, pois $\overline{X} - 25 = 0$ é menor que $\frac{2 \times \sigma_X}{\sqrt{n}} = 1{,}53$.

e) A campanha surtiu efeito, pois $\overline{X} - 25 = 2{,}5$ é maior que $\frac{2 \times \sigma_X}{\sqrt{n}} = 1{,}41$.

08- Suponha que o PSS fosse realizado com 5 disciplinas. Um candidato ao PSS-2007, que fez a 1ª etapa no PSS-2005 e a 2ª etapa no PSS-2006, está interessado em simular suas possibilidades de aprovação em um determinado curso e sabe que o último classificado desse curso no PSS-2006 obteve uma nota final de 662. Para fazer essa simulação, o candidato precisa saber que a nota final (NPF) de cada candidato é $NPF = \frac{NPG_1 + NPG_2 + 2NPG_3}{4}$, em que:

NPG1 é a nota padronizada da primeira fase
NPG2 é a nota padronizada da segunda fase
NPG3 é a nota padronizada da terceira fase.
Como o candidato já tem conhecimento das notas $NPG_1 = 690$ e $NPG_2 = 680$, é suficiente simular a nota NPG_3, que é calculada pela expressão $NPG_3 = \frac{NP_1 + NP_2 + NP_3 + NP_4 + NP_5}{5}$, em que NP_i é a nota padronizada de cada matéria dada por $NPi = \frac{(Xi - Mi)}{Si} \, x \, 100 + 500, \ i = 1, 2, 3, 4, 5,$ na qual
X*i* é a nota bruta do candidato na matéria *i*
M*i* é a média de acertos na matéria *i*
S*i* é o desvio padrão na matéria *i*.
Supondo que M*i*, S*i* e X*i* na terceira fase são:

i	*MATÉRIA*	*NOTA Xi*	*MÉDIA Mi*	*DESVIO Si*
1	*MATEMÁTICA*	3	1	1
2	*FÍSICA*	2	1	1
3	*HISTÓRIA*	5	2	2
4	*LÍNGUA PORTUGUESA*	5	3	2
5	*REDAÇÃO*	8	5	2

Então, o candidato concluirá que sua nota final (NPF) é
a) 706,93
b) 705,15
c) 701,11
d) 667,31
e) 662,50


Raciocínio Lógico
Matemático
Curso Completo
Preparatório para Concursos
PROFESSOR
Jamur
www.professorjamur.com.br